Niveau(x) d'enseignement: 3 Numéro EDUQ : 8270369
Centre d'intérêt: 89

Polyèdres : unité d'enseignement / par D. Lunkenbein, H. Allard, C. Goupille, P. Allard ; [pour la] Section enseignement. -- [Sherbrooke] : Université de Sherbrooke, Département de mathématiques, 1979.
174 p. en pag. multiple : graph. ; 28 cm. -- (Rapport / Université de Sherbrooke, Département de mathématiques ; 25)

En tête du titre: Le concept de groupement de Jean Piaget comme outil de la rationalisation des interventions didactiques.

Cote Dewey: 510.7/P782 Cote LC: QA/11

Descripteur(s): *Mathématiques *Diaporama *Matériel didactique *Guide de l'enseignant *Cahier d'exercices *Primaire (Niveau)

Identificateur(s) de sujet: *Géométrie *Polyèdre *Unité d'enseignement

---

Le document est constitué d'une collection de cinq documents écrits servant de complément au diaporama ##Polyèdres## et dont l'ensemble constitue l'##Unité d'enseignement polyèdres## destiné à l'enseignement des mathématiques au primaire. Les éléments de ce rapport, en termes de contenu, sont, dans l'ordre de leur présentation: 1. texte de diaporama; 2. tracé des polyèdres; 3. guide du maître; 4. cahier de fiches; 5. cahier de construction. Ce document ne constitue une contribution à la recherche en enseignement que lorsqu'il est accompagné par le rapport de recherche ##Polyèdres## (rapport no 26).

Type de document: d
Notice(s) connexe(s): 8270370
Financement: Bénéficiaire - Université de Sherbrooke
Organisme(s) source(s) - MEQ-DGEC
Programme(s) de subvention - FCAC
Auteur de l'analyse: jr

E D U Q 8270369

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Février 1979 Rapport No 25

POLYÈDRES

Unité d'enseignement

par

D. Lunkenbein

H. Allard, C. Goupille, P. Allard

Faculté des sciences Département de mathématiques

E D U Q 8270369

SECTION ENSEIGNEMENT

Le concept de groupement de Jean Piaget comme outil de la rationalisation des interventions didactiques

Février 1979 Rapport No 25

POLYÈDRES

Unité d'enseignement

par
D. Lunkenbein
H. Allard, C. Goupille, P. Allard

Projet de recherche subventionné
par le programme FCAC
du Ministère de l'Education du Québec

INTRODUCTION

Le présent rapport est une collection de cinq documents écrits servant de complément au diaporama Polyèdres et dont l'ensemble constitue l'UNITE D'ENSEIGNEMENT POLYÈDRES.

Les éléments de ce rapport, en termes de contenu, sont listés ci-après dans l'ordre de leur présentation:

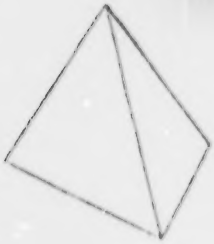
- TEXTE DU DIAPORAMA (21 pages)
- TRACÉ DES POLYÈDRES (26 pages)
- GUIDE DU MAÎTRE (67 pages)
- CAHIER DE FICHES (35 pages)
- CAHIER DE CONSTRUCTION (5 pages)

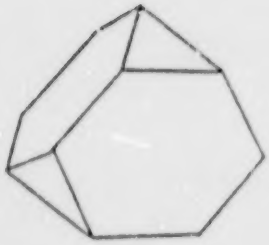
Il va sans dire, qu'en lui-même, ce document est incomplet. D'abord parce que, sans les diapositives, les bandes sonores et les blocs, le guide du maître et les fiches ne peuvent atteindre le but pour lequel ils ont été créés et que, inversement, le diaporama seul, administré sans les fiches d'accompagnement auxquelles il renvoie constamment l'enfant, ne saurait être utilisé avec profit et intérêt. D'autre part, l'unité d'enseignement Polyèdres ne constitue une contribution à la recherche en enseignement que dans la mesure où elle traduit des intentions psychologiques, pédagogiques et mathématiques qui s'appliquent dans des principes didactiques et se concrétisent dans des réalisations, en l'occurrence, l'unité Polyèdres, et qu'elle se prolonge dans des réflexions tant dans le domaine de l'apprentissage que dans celui de l'enseignement et c'est là l'objet du document de Recherche Polyèdres. C'est donc dire que le rapport de recherche sur l'unité d'enseignement Polyèdres, le présent document et le diaporama constituent un tout dont les parties s'appellent, se répondent et se complètent mutuellement.

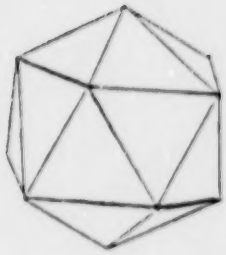
TEXTE

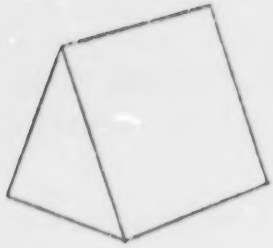
DU

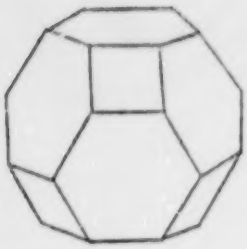
DIAPORAMA

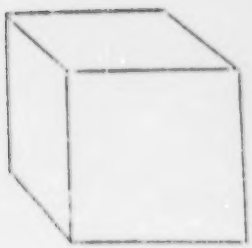


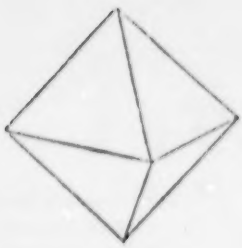












TEXTE DU DIAPORAMA POLYÈDRES

Légende des symboles utilisés:

1-5) : leçon 1, diapositive 5.

[.....] : contenu d'une diapositive qui n'est pas accompagnée d'un texte lu.

* : indication de l'endroit où apparaît la diapositive.

[A] : arrêt de l'appareil, période de manipulation.

(n) : période musicale de n secondes, brève manipulation.

Projet de recherche subventionné
par le programme F.C.A.C.
du Ministère de l'Éducation du Québec

I-1) Polyèdres

I-2) Travail réalisé par: H. Allard, C. Goupille, P. Allard.

sous la direction de: D. Lurkenbein.

I-3) Dans le cadre du projet de recherche: LA RATIONALISATION DES INTERVENTIONS DIDACTIQUES; section enseignement; Département de mathématiques; Université de Sherbrooke.

I-4) Ce projet est subventionné par le programme F.C.A.C. du Ministère de l'Education du Québec.

I-5) Musique: Narciso Yépes
Voix: H. Allard, P. Allard.

I-6) * Voici à l'écran, l'ensemble de blocs avec lesquels nous allons travailler. Sur ta table, tu en as de semblables.
Tu retrouves également un matériel de travail comprenant:

I-7) * un cahier de fiches que tu seras appelé à remplir au fur et à mesure que tu avanceras dans le déroulement du diaporama;

I-8) * un cahier de construction qui te permettra de fabriquer toi-même quelques blocs;

I-9) enfin, * des ciseaux, des crayons feutre et du papier adhésif dont tu auras besoin tout au long de cette activité.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

I-10) * Chaque fois que tu verras cette diapositive à l'écran, l'appareil va s'arrêter pour te permettre d'exécuter l'une ou l'autre des activités proposées.

Lorsque ton travail est terminé, remets l'appareil en marche en appuyant sur le bouton vert.

I-11) * Lors de ton travail d'exploration du matériel qui a précédé ce diaporama, tu as eu l'occasion d'observer ces blocs et de leur trouver des ressemblances ou des caractéristiques communes.

I-12) * Tu as, sans doute, constaté que certains ressemblaient à des boules - ceux-ci par exemple;

I-13) * que d'autres semblaient avoir été aplatis;

I-14) * que d'autres avaient des "pointus".

I-15) * Première leçon

I-16) * Notre travail, aujourd'hui, va consister à faire une certaine exploration de toutes ces formes géométriques.

Mais, auparavant, observons ensemble, à l'écran, comment on s'y prend pour construire un bloc comme ceux-là.

I-17) * Par exemple, voyons comment, petit à petit, nous avons procédé pour construire le bloc "Q".

I-18) * Nous partons d'abord de la représentation plane

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

du bloc sur carton où certains traits sont tirés "en plein" et d'autres "en pointillés".

I-19) * Il s'agit de découper le tracé extérieur de cette configuration et de plier la figure sur chaque ligne pointillée, comme tu vois à l'écran.

I-20) * Il faut ensuite refermer progressivement la figure et la coller avec du papier adhésif.

I-21) * Voici complétée la réalisation du bloc.

I-22) * A ton tour maintenant de construire un bloc. Prends ton cahier de construction, retire la page 1 et

I-23) * procède à la construction du bloc 1. [A]

I-24) * Est-ce bien ce que tu as obtenu? Ce bloc que tu viens de construire, comme tous ceux qui sont devant toi, d'ailleurs, se compose de parties planes.

I-25) * Ces parties planes de la surface, * on les appelle FACES.

I-26) * Pour bien les reconnaître sur ton bloc, * identifie-les, selon leur forme, par deux couleurs différentes,

I-27) comme tu vois à l'écran: rouge et vert *. [A]

I-28) * Ce bloc que tu as construit et que tu viens de hachurer de deux couleurs différentes, combien compte-

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

t-il de faces? (45)

I-29) * Retourne à l'ensemble du début. Retire quelques blocs de cet ensemble et compte le nombre de leurs faces. (60)

Tu t'aperçois que la surface de chacun de tes blocs peut être décomposée en parties planes appelées faces.

Tes blocs sont donc entièrement formés de faces.

I-30) * Pour cette raison, ces blocs sont appelés POLYÈDRES.

I-31) * "Poly" vient du grec "polus" qui veut dire "plusieurs";
"èdre" vient du grec "edros" qui veut dire "base".

Dorénavant, nous parlerons donc de Polyèdres et non plus de blocs lorsque nous aurons à désigner les éléments de notre ensemble.

Commençons par identifier certains de nos polyèdres d'après le nombre de leurs faces.

I-32) * Pour cela, prends ton cahier de fiches et complète la fiche 1. [A]

I-33) * Reprends le polyèdre "1" que tu as construit au début. Tu vois que certaines de ses faces se rencontrent

I-34) * tandis que d'autres ne se rencontrent pas.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

I-35) * Nous avons tracé en noir une ligne où deux faces se rencontrent.

Cette ligne s'appelle une ARÊTE.

I-36) En effet, * une arête est la rencontre de deux faces dans un polyèdre.

I-37) * Trace en noir quelques arêtes de ton polyèdre 1, puis complète la fiche 2. A

I-38) * Revenons au polyèdre "1" que tu as construit. Nous savons maintenant que certaines faces se rencontrent en une arête.

I-39) * De façon analogue, observons que certaines arêtes se rencontrent en un point. Ce point de rencontre s'appelle SOMMET.

I-40) Alors que l'arête * est la rencontre de deux faces, nous nous apercevons que le sommet,

I-41) par contre, est le point de rencontre d'au moins trois arêtes.

I-42) * Prends le polyèdre A, localise ses différents sommets et compte combien d'arêtes se rencontrent en chaque sommet. (60)

I-43) * Complète maintenant la fiche 3 de ton cahier. A

I-44) * Nous allons maintenant essayer de former des sous-ensembles dans ce grand ensemble de polyèdres.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Commençons par le sous-ensemble

I-45) * de tous les hexaèdres, c'est-à-dire

I-46) * de tous les polyèdres qui ont six faces.

I-47) * Retire-les de ton ensemble et complète la fiche 4. [A]

I-48) * Compare ton résultat avec le nôtre. Si ton choix est différent du nôtre, essaie de savoir pourquoi. [A]

I-49) * Aux pages 2 et 3 de ton cahier de construction, tu as le tracé de deux hexaèdres, construis-les, et lorsque ton travail sera terminé, complète la fiche 5. [A]

I-50) * Notre première étape d'exploration des polyèdres est maintenant terminée. Nous avons en effet formé un premier sous-ensemble, celui des hexaèdres.

I-51) * Fin de la première leçon.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

II-1) * Deuxième leçon

II-2) * Le deuxième sous-ensemble que nous allons maintenant étudier est celui des pyramides. Tu as certainement déjà entendu parler des fameuses pyramides d'Egypte.

II-3) * En voici quelques-unes.

Saurais-tu, uniquement à l'aide de cette photo, identifier, dans ton grand ensemble des polyèdres pyramides. (45)

A présent, si on te demandait de décrire ce qu'est une pyramide, saurais-tu le faire? Essayons ensemble.

II-4) * Lorsque nous examinons de près les pyramides présentées à l'écran, que remarquons-nous de particulier?

II-5) D'abord, elles ont toutes un "pointu". * Ce "pointu" porte un nom étrange, il s'appelle "APEX".

II-6) * De plus, les faces qui se touchent en ce sommet qu'on appelle APEX, sont toutes des triangles.

II-7) * On les appelle faces latérales de la pyramide.

II-8) * En plus des faces latérales, la pyramide possède une seule autre face et cette face ne touche pas à l'APEX. Elle est pour cela dite FACE OPPOSÉE à l'apex. Elle est souvent identifiée comme étant la

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

BASE de la pyramide.

II-9) * En résumant, nous pouvons dire qu'une pyramide est tout d'abord

II-10) * un polyèdre.

II-11) * Ce polyèdre a comme base un polygone quelconque.

II-12) * Ce polyèdre a également des faces latérales triangulaires.

II-13) * Ces faces latérales triangulaires, elles se touchent toutes en un sommet appelé l'apex de la pyramide.

II-14) * Prends ton cahier de fiches et complète la première section de la fiche 6. [A]

II-15) * Compare ton résultat avec le nôtre. Si ton choix est différent du nôtre, essaie de savoir pourquoi. [A]

II-16) * Prends ton cahier de construction à la page 4, construis ta propre pyramide et complète ensuite la deuxième section de la fiche 6. [A]

II-17) * Notre deuxième étape d'exploration s'achève. Nous avons formé un deuxième sous ensemble: celui des pyramides.

II-18) * Poursuivons notre étude et voyons s'il existe des polyèdres qui font partie en même temps du sous-ensemble des hexaèdres et du sous-ensemble des pyramides.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

II-19) * La fiche 7 te pose ce problème. Pour le solutionner, tu peux t'aider de tes fiches 4 et 6. A

II-20) * Fin de la deuxième leçon.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

III-1) * Troisième leçon

III-2) * Avant d'aborder un 3ième sous-ensemble, celui des prismes, voyons si tu sais reconnaître ce qu'est,

III-3) * une paire de faces parallèles dans un polyèdre.

III-4) * Prenons le polyèdre P.

III-5) * Voici une paire de faces parallèles.

III-6) * Voici une autre paire de faces, mais celles-ci ne sont pas parallèles.

III-7) * Prenons maintenant le polyèdre M.

III-8) * Celui-ci possède deux paires de faces parallèles.

III-9) * Pour mieux reconnaître les faces parallèles dans un polyèdre, complète la première fiche d'introduction à la leçon 3. A

III-10) * Il y a une autre notion très importante à bien saisir avant d'en arriver au prisme, c'est la notion de parallélogramme.

III-11) * Certaines faces de tes polyèdres sont des parallélogrammes, d'autres pas.

III-12) * Cette face-ci du polyèdre M est-elle un parallélogramme?

III-13) * Celle-ci, est-elle un parallélogramme?

III-14) * Que penses-tu de celle-ci?

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

III-15) * Cette face du polyèdre 0 est-elle un parallélogramme?

III-16) * Essaie de clarifier cette notion de parallélogramme en complétant les deuxième et troisième fiches d'introduction à la leçon 3. A

III-17) * Maintenant, nous savons trouver des paires de faces parallèles dans un polyèdre,

III-18) * et nous savons reconnaître des faces parallélogrammes. Lorsque nous mettons ensemble ces

III-19) * deux propriétés, nous arrivons à la notion de * prisme.

En effet, si un polyèdre possède au moins une paire de faces parallèles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes, c'est un prisme.
On voit donc que cela prend deux conditions pour qu'un polyèdre soit un prisme.

III-20) * D'abord, il doit posséder au moins une paire de faces parallèles.

III-21) * Examine ton ensemble de polyèdres et trouve tous ceux qui répondent à cette première condition. Inscris leur lettre dans la première case de ta fiche 8. A

III-22) * Tu en as découvert plusieurs, n'est-ce-pas?

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Cependant, ces polyèdres doivent répondre à une deuxième condition pour être des prismes.

III-23) * En plus d'avoir une paire de faces parallèles, cette paire de faces doit être reliée directement et uniquement par des parallélogrammes, c'est-à-dire, par une ceinture de parallélogrammes.

III-24) * Examinons le polyèdre 0 par exemple. Il possède une paire de faces parallèles qui sont reliées

III-25) * par une ceinture de parallélogrammes.

III-26) * Le polyèdre Z possède également une paire de faces parallèles,

III-27) * mais celles-ci sont reliées par une ceinture de trapèzes et non de parallélogrammes.

III-28) * On peut donc distinguer ces deux polyèdres en disant que 0 est un prisme et que Z n'est pas un prisme.

III-29) * Observons le polyèdre M maintenant. Il a deux paires de faces parallèles.

III-30) * Si on le tient comme ceci, et qu'on le fait pivoter pour observer la ceinture qui relie ces deux faces, on voit que les 4 faces de la ceinture ne sont pas toutes des parallélogrammes.

III-31) * Cette première en est un

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

III-32) * mais cette deuxième n'est pas un parallélogramme.

III-33) * Par contre, si on le tient par son autre paire de faces parallèles, comme ceci, cette fois, les 4 faces de la ceinture sont toutes des parallélogrammes.

III-34) * Cette face est un rectangle, donc un parallélogramme,

III-35) * de même pour celle-ci.

III-36) * Cette face est un carré, donc un parallélogramme.

III-37) * Et cette dernière est un rectangle, donc un parallélogramme.

III-38) * Le polyèdre M est donc un prisme.

III-39) * Examinons enfin le polyèdre K. Il possède plusieurs paires de faces parallèles.

III-40) * Mais, quelle que soit la paire de faces parallèles que l'on choisisse, ces faces ne sont jamais reliées par une ceinture de parallélogrammes.

III-41) * Le polyèdre K n'est donc pas un prisme.

III-42) * Examine à nouveau les polyèdres qui répondent à la première condition, c'est-à-dire, ceux dont tu as inscris la lettre dans la première case de la fiche 8 et vois s'ils sont des prismes.

III-43) * Inscris leur lettre dans la deuxième case de la

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

fiche 8. [A]

III-44) * Compare ton résultat avec le nôtre. Si ton choix est différent du nôtre, essaie de savoir pourquoi. [A]

III-45) * Complète maintenant ta fiche 8. [A]

III-46) * Maintenant que tu as formé le sous-ensemble des prismes, tu peux, à l'aide de ton cahier de construction fabriquer ton propre prisme. Ce travail terminé, tu compléteras les fiches 9 et 10 de ton cahier de fiches. [A]

III-47) * Voilà complétée la troisième partie de notre travail d'exploration des polyèdres. En effet, nous venons de former un autre sous-ensemble, celui des prismes.

III-48) * [Fin de la troisième leçon.]

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

IV-1) * Quatrième leçon

IV-2) * Voici de nouveau notre ensemble de polyèdres.

IV-3) * Nous sommes maintenant à la quatrième et dernière étape de notre travail. Jusqu'à présent, nous avons identifié trois sous-ensembles, celui des hexaèdres, celui des pyramides et celui des prismes.

IV-4) * Pour identifier un dernier sous-ensemble, celui des semi-réguliers, nous devons étudier certains critères de régularité chez les polyèdres.

IV-5) * Pour cela, considérons d'abord les sommets des polyèdres.

Chaque sommet d'un polyèdre est caractérisé par le nombre d'arêtes qui s'y rencontrent.

IV-6) * Ce nombre d'arêtes est appelé DEGRÉ du sommet. Prends le polyèdre F, examine ses sommets et détermine le degré de chacun. (50)

IV-7) * Ensemble, déterminons le degré des sommets de quelques polyèdres.

Voici à l'écran les polyèdres E et X.

IV-8) * Les sommets de la pyramide E ne sont pas tous de même degré; l'apex est de degré 4 et les sommets de la base sont tous de degré 3.

IV-9) * Par contre, les sommets du polyèdre X sont tous de

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

même degré:
tous de degré 3.

IV-10) * Nous pouvons donc distinguer ces deux polyèdres de la façon suivante:

le polyèdre X possède des sommets qui sont tous de même degré, tandis que les sommets du polyèdre E sont de degrés différents.

IV-11) * Prends ton cahier de fiches et approfondis cette nouvelle notion en complétant la fiche 11. [A]

IV-12) * Le second critère de régularité que nous allons étudier concerne les faces des polyèdres. Chaque face est limitée par

IV-13) * un certain nombre de côtés. Les côtés qui se rencontrent

IV-14) * sur la face forment les angles de la face.

IV-15) * Les côtés d'une face peuvent tous être de même longueur

IV-16) * et les angles d'une face peuvent être tous de même grandeur.

IV-17) * Une face qui a ces deux propriétés à la fois est dite <u>régulière</u>.

Donc, une face dont les côtés sont tous de même longueur et les angles tous de même grandeur est appelée

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

une face régulière.

IV-18) * Prenons ces deux polyèdres et examinons la régularité de leurs faces.

IV-19) * Examinons d'abord la pyramide A.

IV-20) * Sa base est un pentagone régulier puisque ses cinq côtés sont de même longueur et que tous ses angles sont de même grandeur.

IV-21) * Par contre, ses faces latérales ne sont pas régulières

IV-22) * puisque leurs côtés ne sont pas tous de même longueur et que même leurs angles ne sont pas tous de même grandeur.

IV-23) * Les faces de cette pyramide ne sont donc pas toutes régulières.

IV-24) * Examinons le prisme Q maintenant.

IV-25) * Les bases du prisme sont des triangles réguliers puisque leurs trois côtés sont de même longueur et leurs trois angles de même grandeur.

IV-26) * Les faces latérales du prisme sont toutes des quadrilatères réguliers, c'est-à-dire, des carrés,

IV-27) * puisque tous leurs côtés sont de même longueur et tous leurs angles sont de même grandeur.

IV-28) * Les faces de ce prisme sont donc toutes régulières.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

IV-29) * On peut donc distinguer ces deux polyèdres de la manière suivante:

les faces de la pyramide A ne sont pas toutes régulières, tandis que les faces du polyèdre Q sont toutes régulières.

IV-30) * Prends maintenant ton cahier de fiches et approfondis cette notion de faces régulières en complétant la fiche 12. A

IV-31) * Devenus familiers avec ces deux critères de régularité des polyèdres, nous pouvons maintenant compléter le diagramme que tu vois à l'écran.

IV-32) * Dans la case de gauche, nous voulons former le sous-ensemble des polyèdres qui ont tous leurs sommets de même degré.

IV-33) * En voici quelques uns.

IV-34) * Les voici tous!

IV-35) * Dans la case de droite, nous voulons former le sous-ensemble des polyèdres dont toutes les faces sont régulières.

IV-36) * En voici quelques uns.

IV-37) * Les voici tous!

IV-38) * Certains de ces polyèdres appartiennent aux deux sous-ensembles à la fois. Les voici au bas du

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

diagramme.

Tous les sommets de ces polyèdres sont de même degré et de plus,

IV-39) toutes leurs faces sont régulières *. Lorsque des polyèdres répondent à ces deux exigences en même temps, ils portent un nom précis: ils sont appelés des polyèdres SEMI-RÉGULIERS. Le qualificatif semi-régulier te laisse soupçonner qu'on peut pousser encore plus loin l'étude de la régularité chez les polyèdres. Nous le ferons dans une autre leçon.

IV-40) * Ce que nous venons de faire à l'écran, tu peux le réaliser toi-même à l'aide de la fiche 13.

Pour compléter cette fiche, prends l'un après l'autre chacun des polyèdres de l'ensemble de départ et vois s'il peut être déposé

IV-41) * ou bien dans la case de gauche,

IV-42) * ou bien dans la case de droite

IV-43) * ou dans les deux à la fois.

IV-44) * Inscris sa lettre dans toutes les cases où il peut se retrouver. A

IV-45) * Compare ton résultat avec le nôtre. Si ton choix est différent du nôtre, essaie de savoir pourquoi.

A

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

IV-46) * Voici achevée la quatrième leçon au cours de laquelle nous avons formé le sous-ensemble des polyèdres semi-réguliers.

Pour ton profit personnel et, si tu en as le goût, tu pourras par la suite, compléter la fiche 14 qui est une forme de récapitulation de tout ce que tu as vu dans ces quatre leçons du diaporama "Polyèdres".

IV-47) * Résumons les grandes étapes de notre étude:

tu te souviens que dans notre ensemble de polyèdres, nous avons formé quatre sous-ensembles principaux: celui des hexaèdres, celui des pyramides, celui des prismes et celui des semi-réguliers.

IV-48) * Peut-être, pourrais-tu, en guise d'application pratique, essayer de trouver, dans ton environnement à toi, des objets qui appartiennent à un ou plusieurs de ces sous-ensembles étudiés.

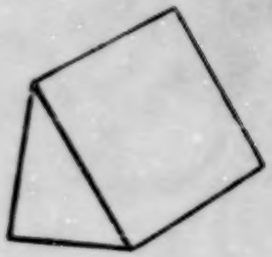
IV-49) * Fin

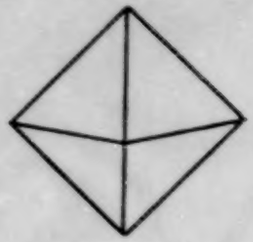
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

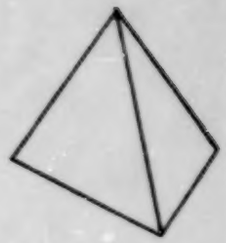
TRACÉ

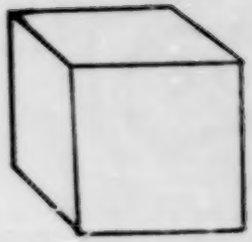
DES

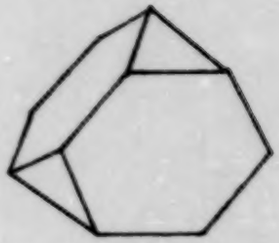
POLYÈDRES











TRACÉ DES POLYÈDRES

utilisés dans le diaporama

POLYÈDRES

réalisé par: H. Allard
C. Coupille
P. Allard

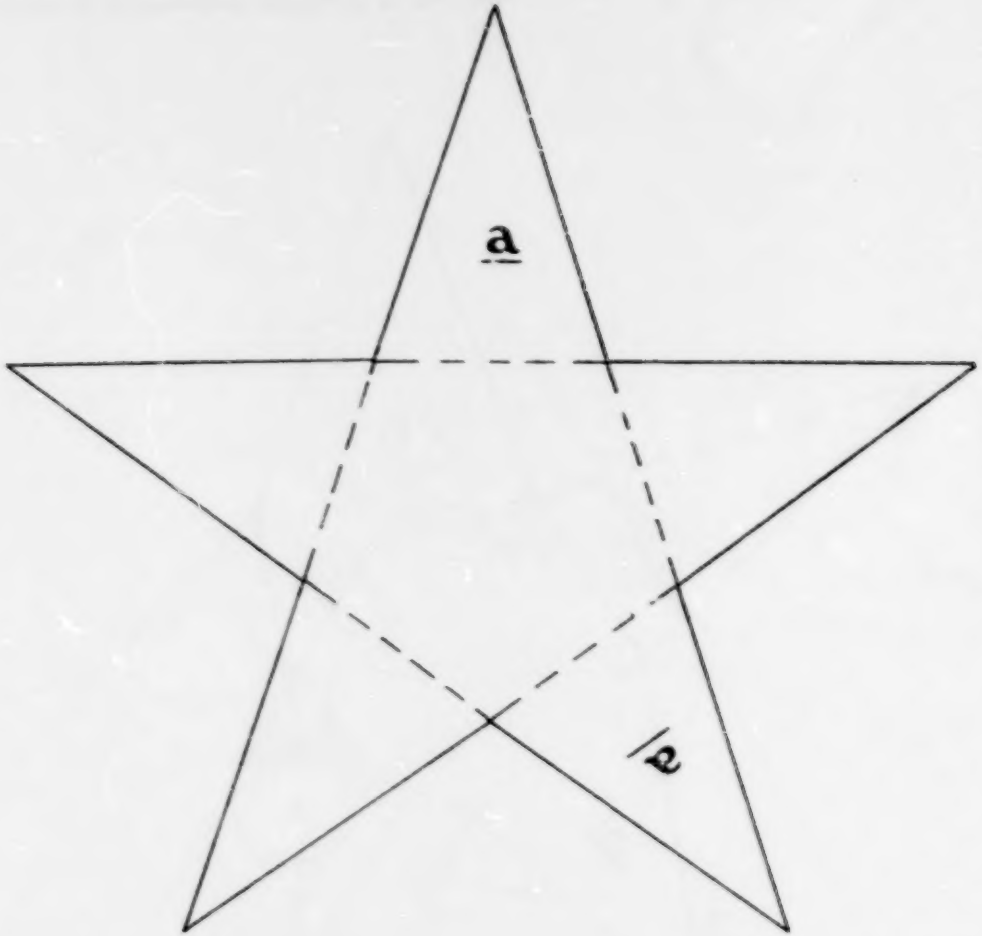
sous la direction de D. Lunkenbein

Projet de recherche subventionné
par le programme F.C.A.C.
du Ministère de l'Education du Québec

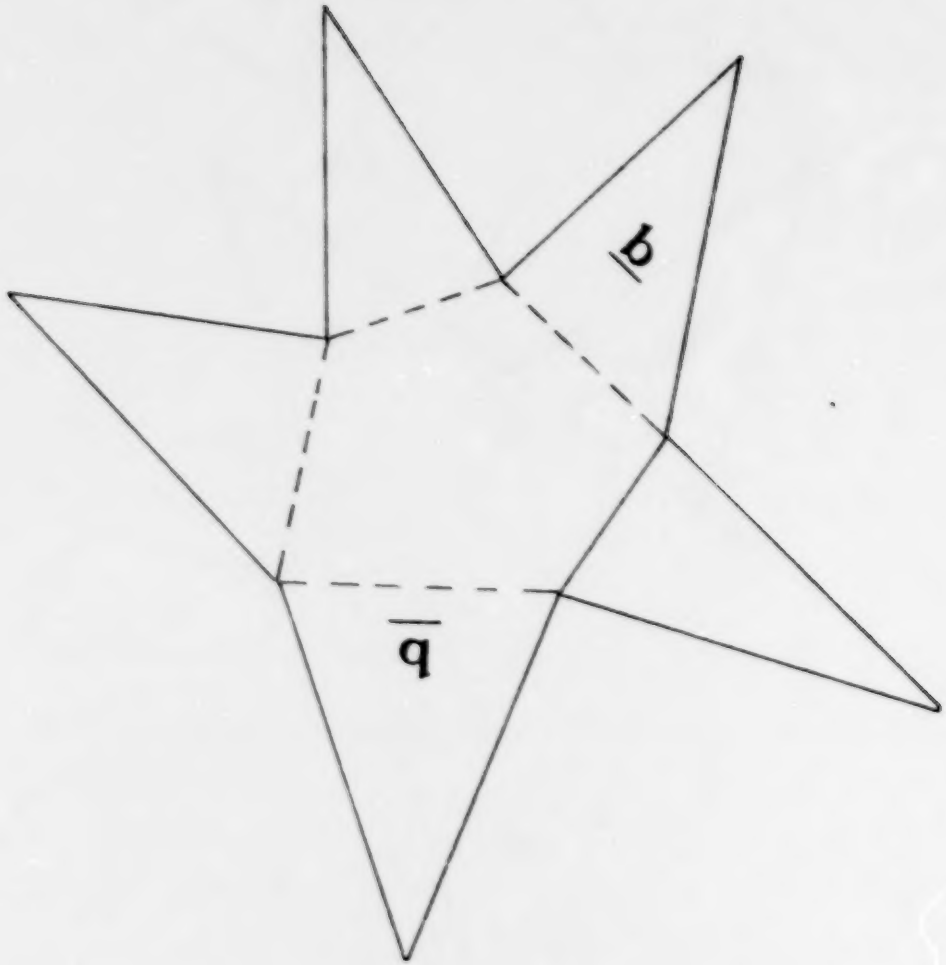
Section Enseignement
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Sherbrooke

Septembre 1978

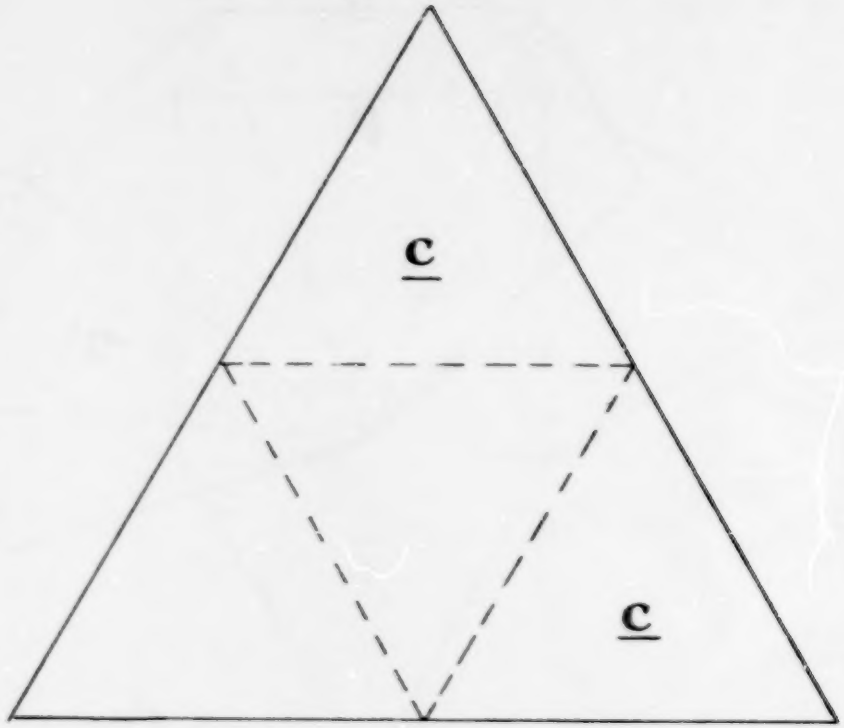
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



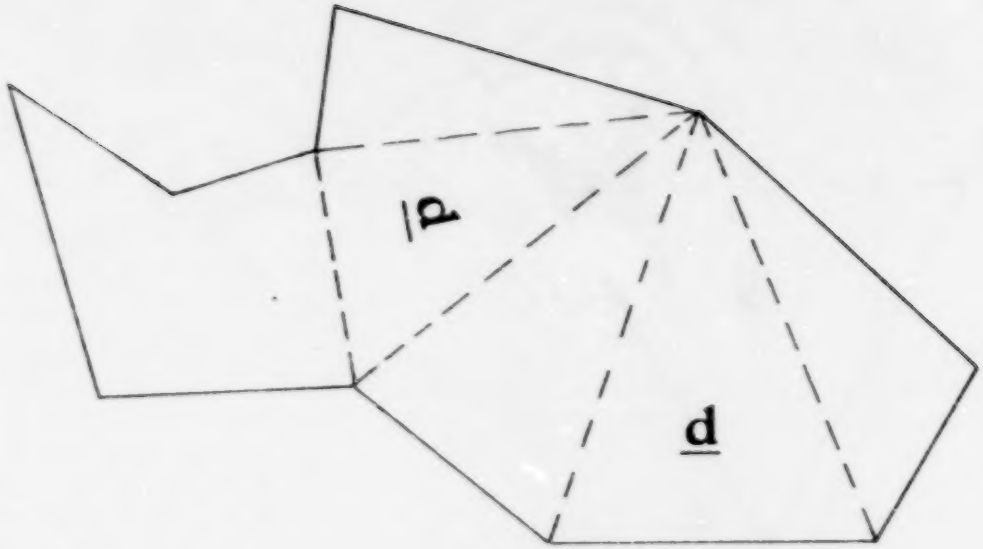
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



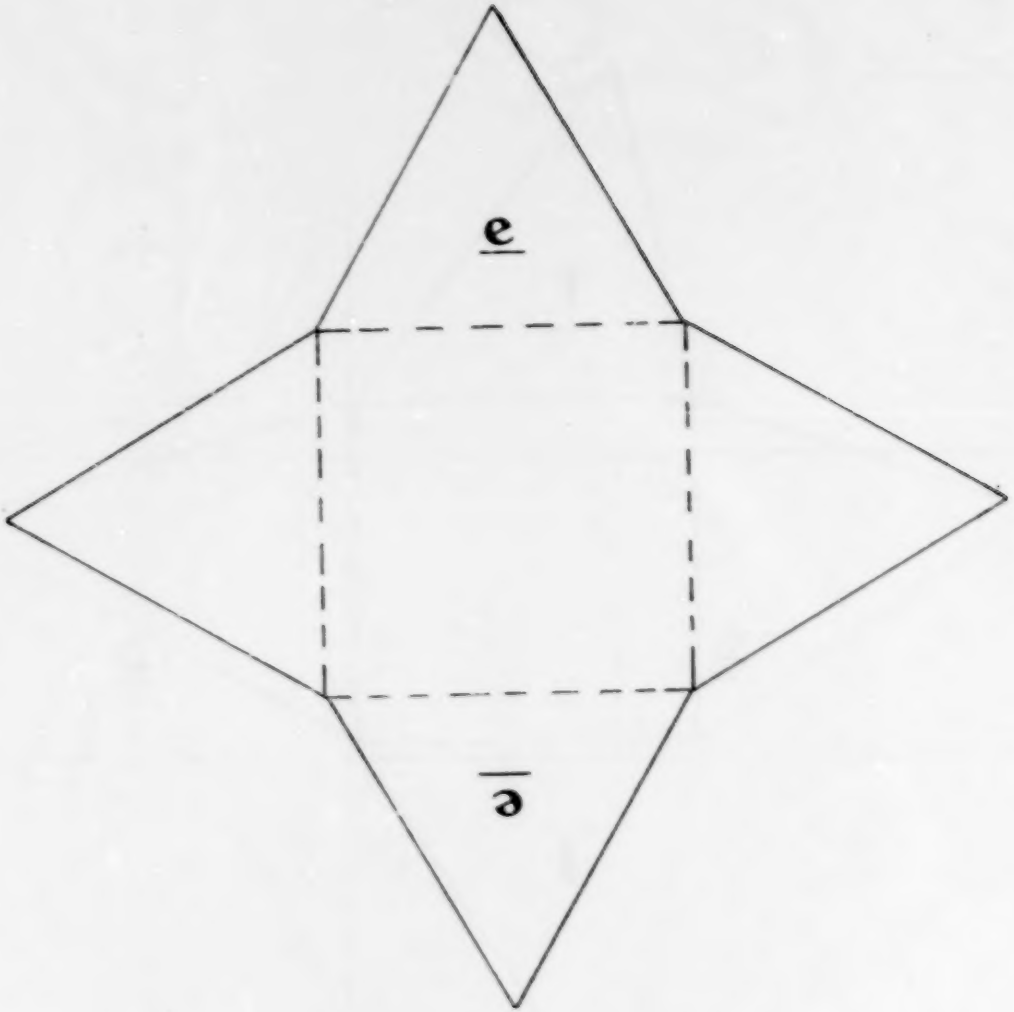
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



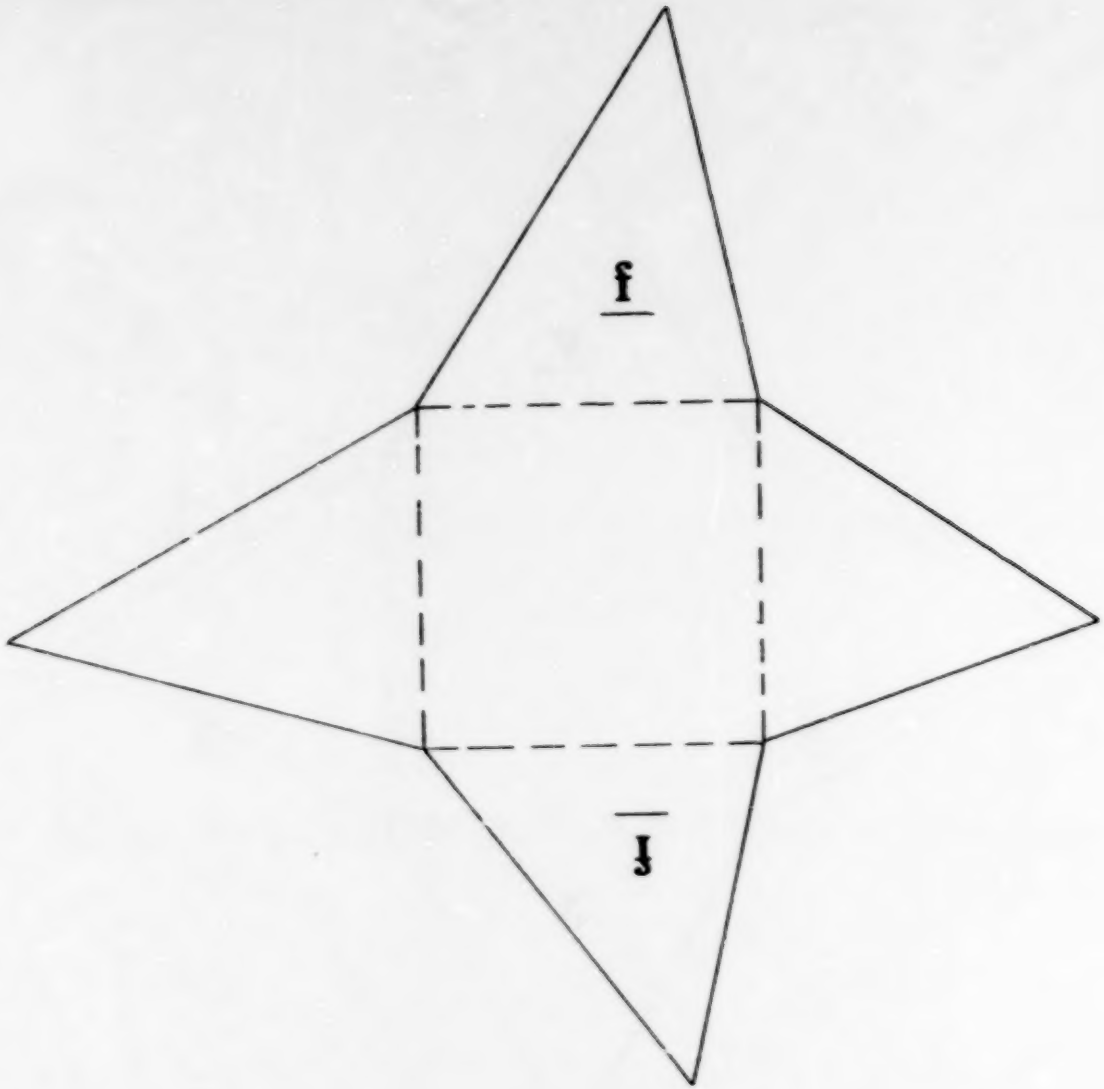
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



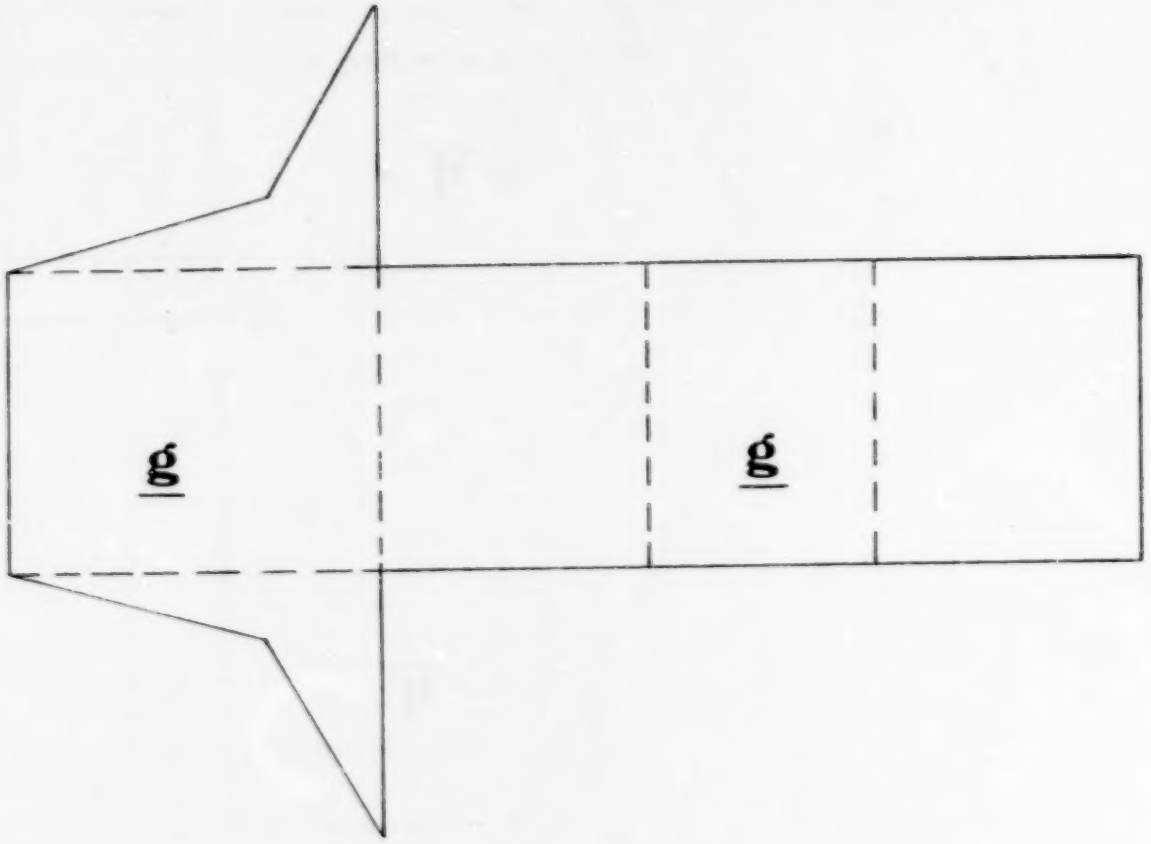
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



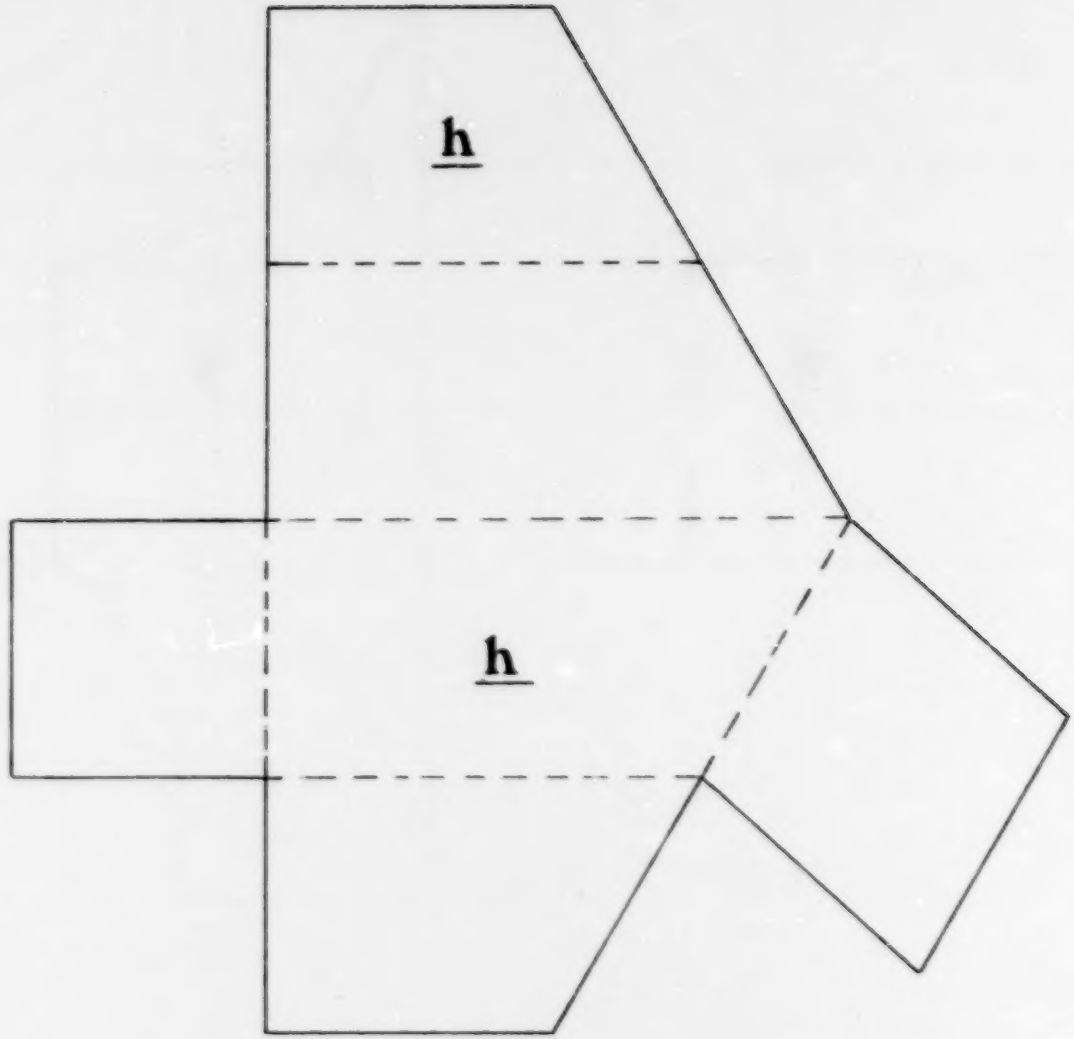
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



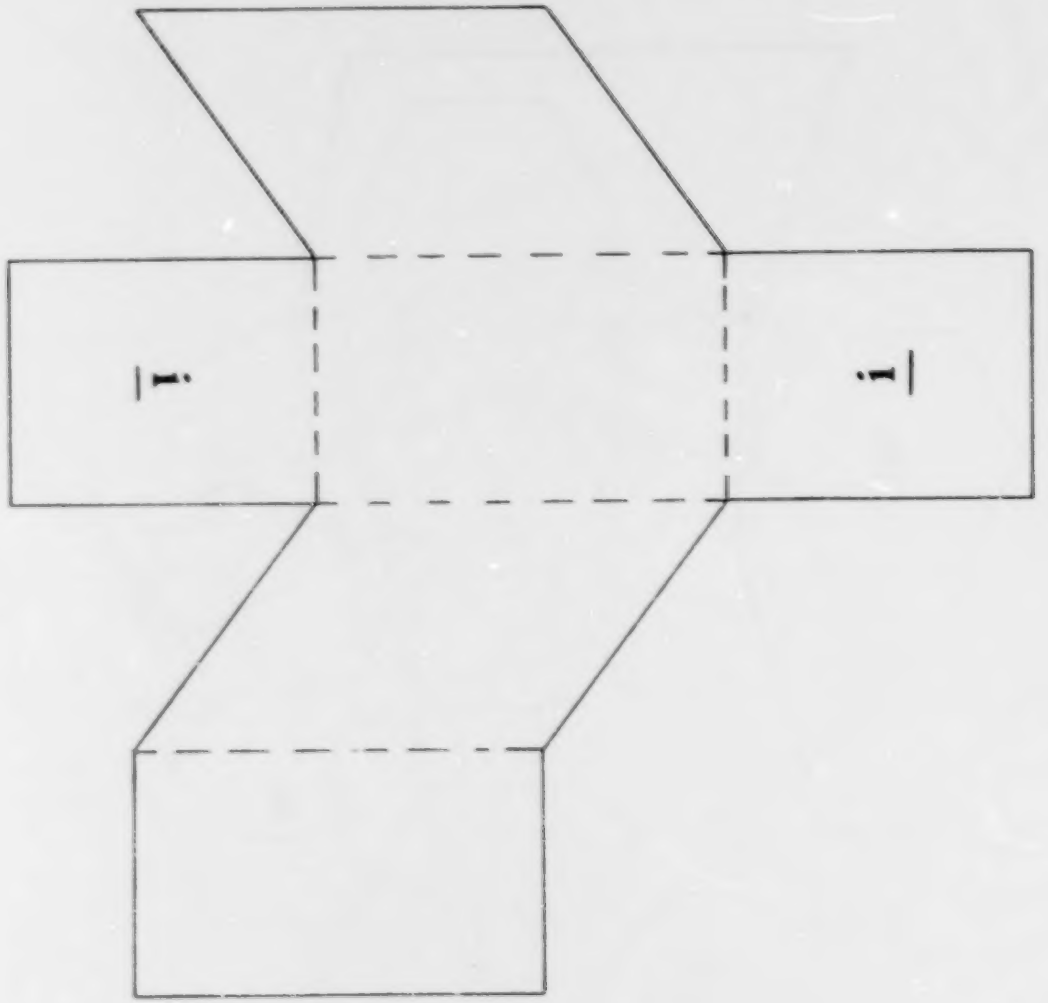
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



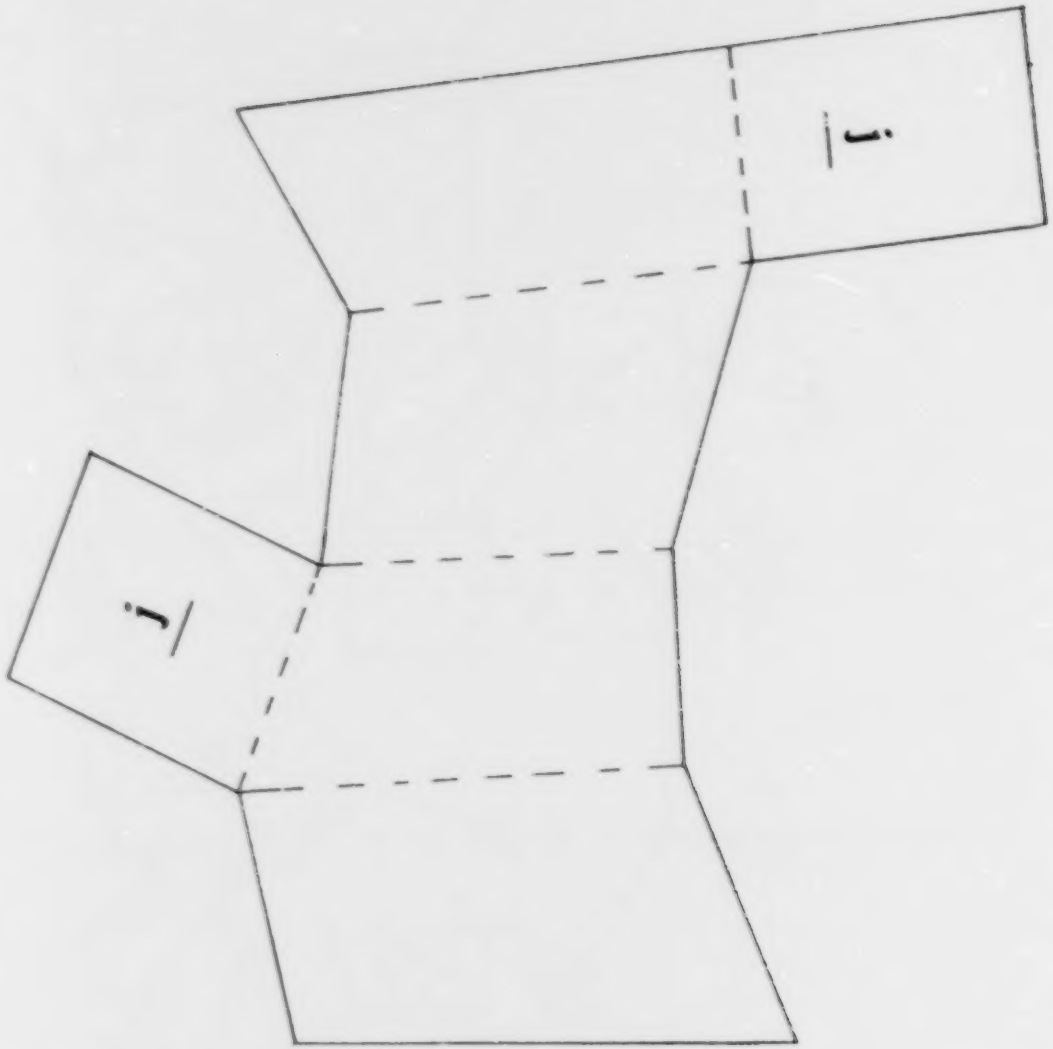
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



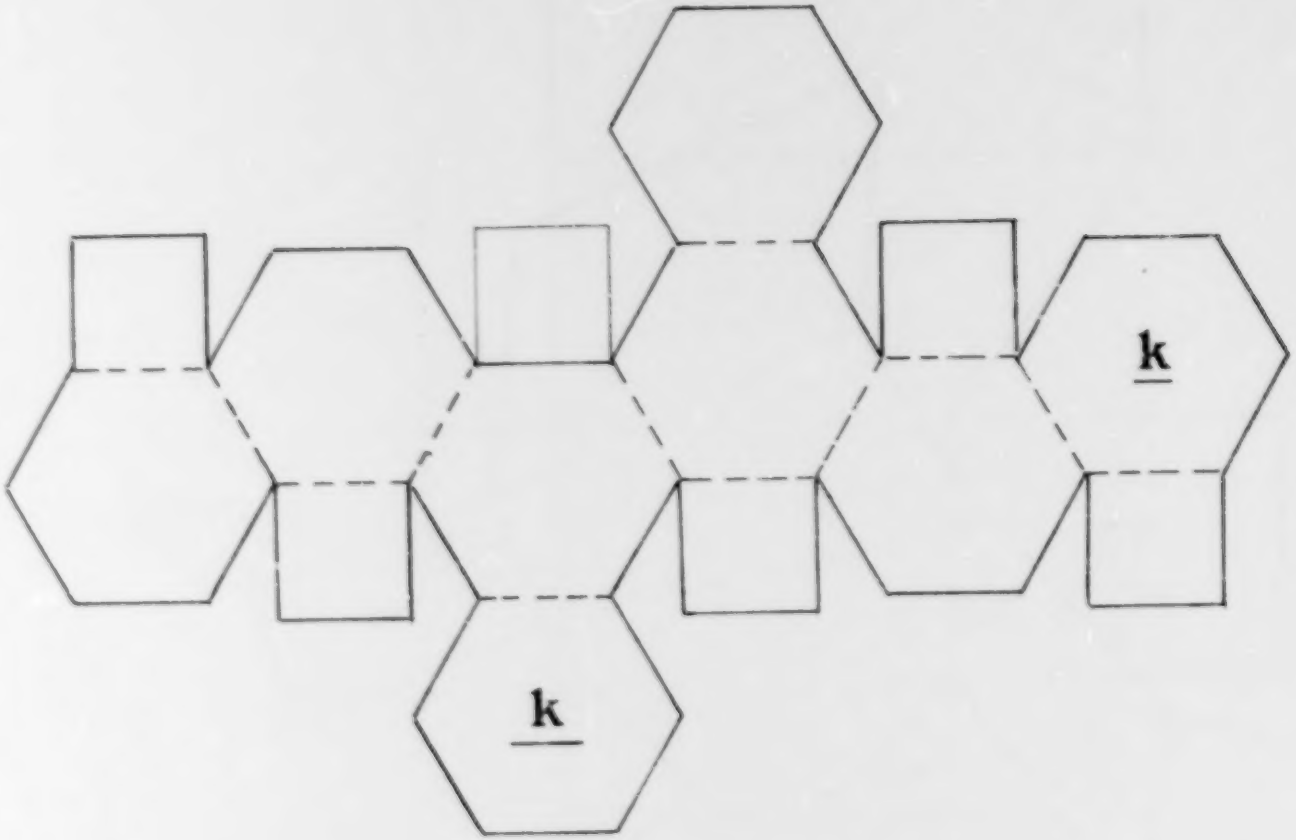
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



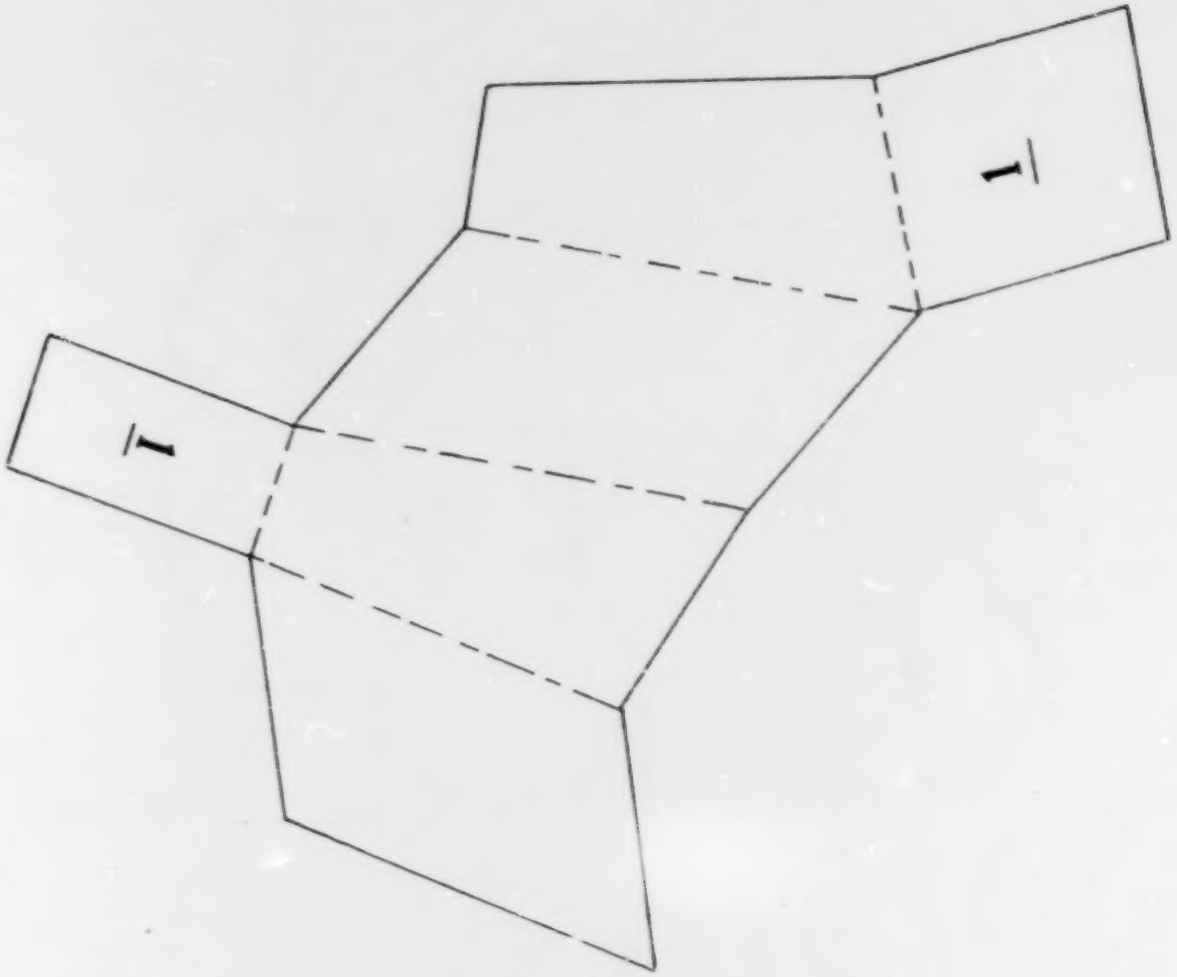
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

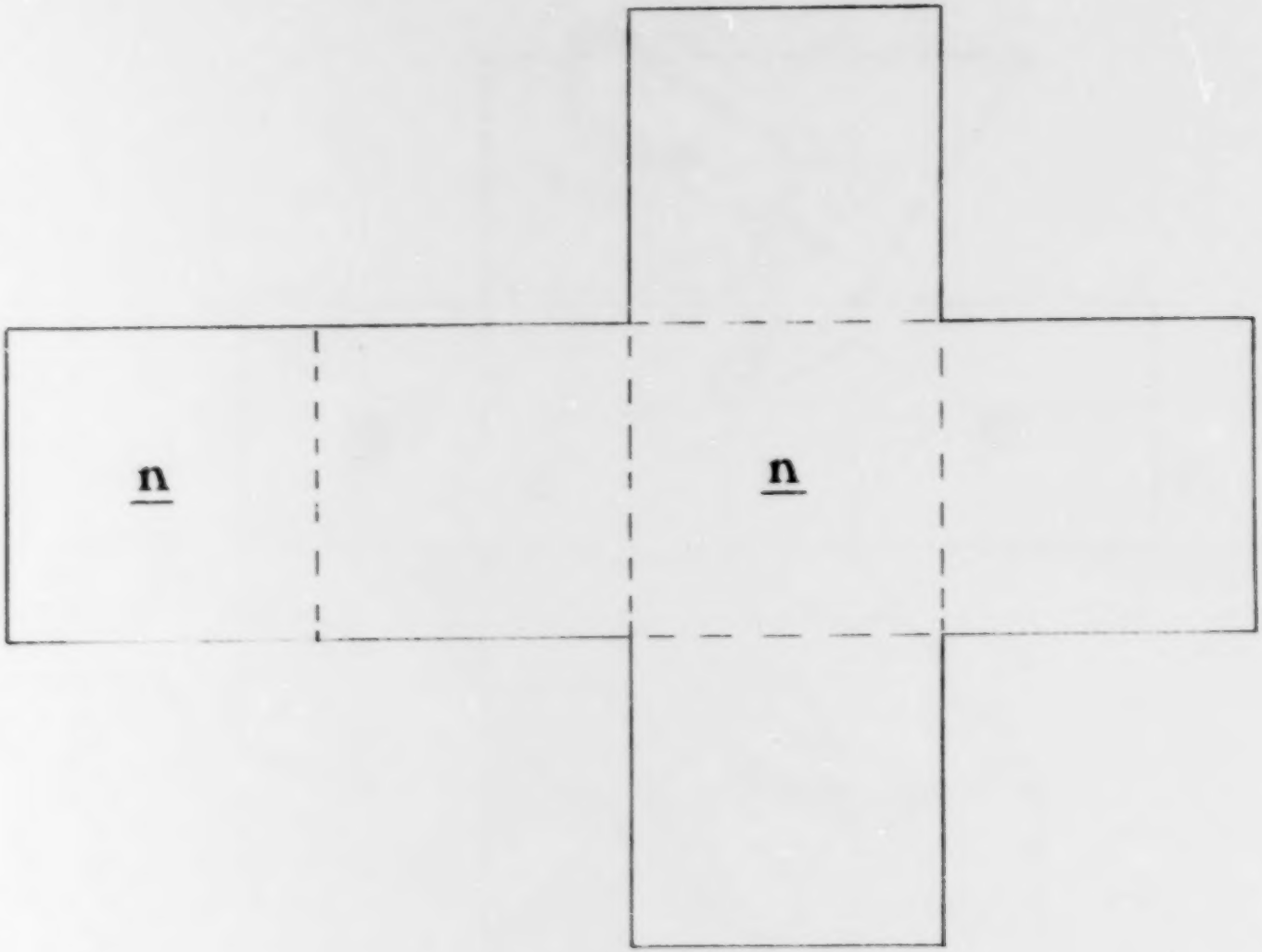


© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

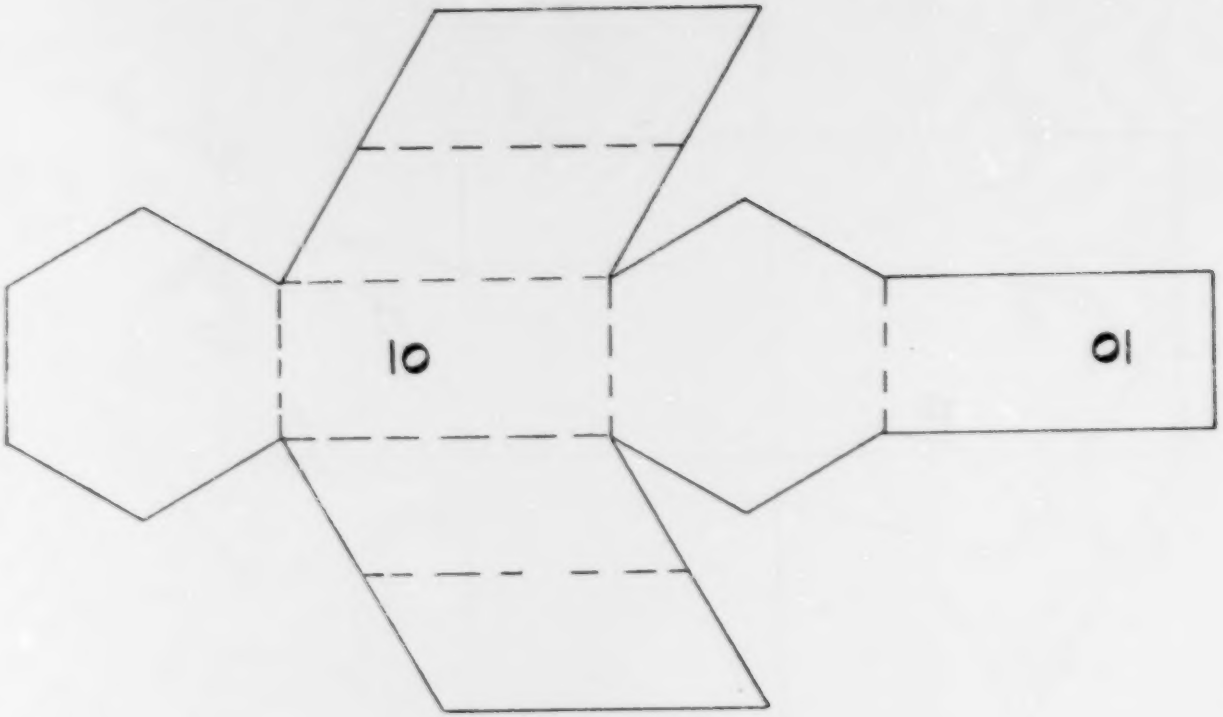


© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

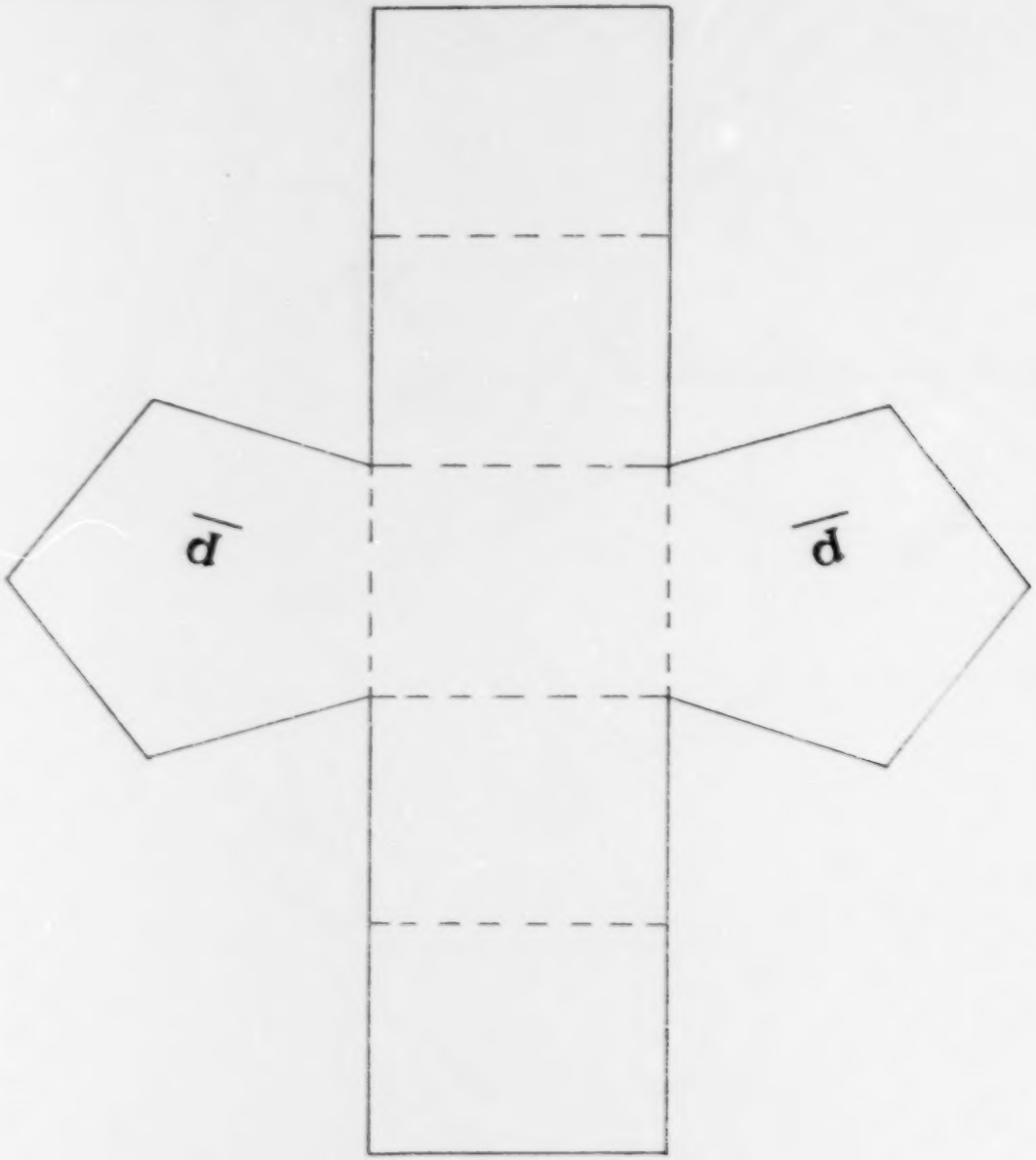
© Section Raisonnement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



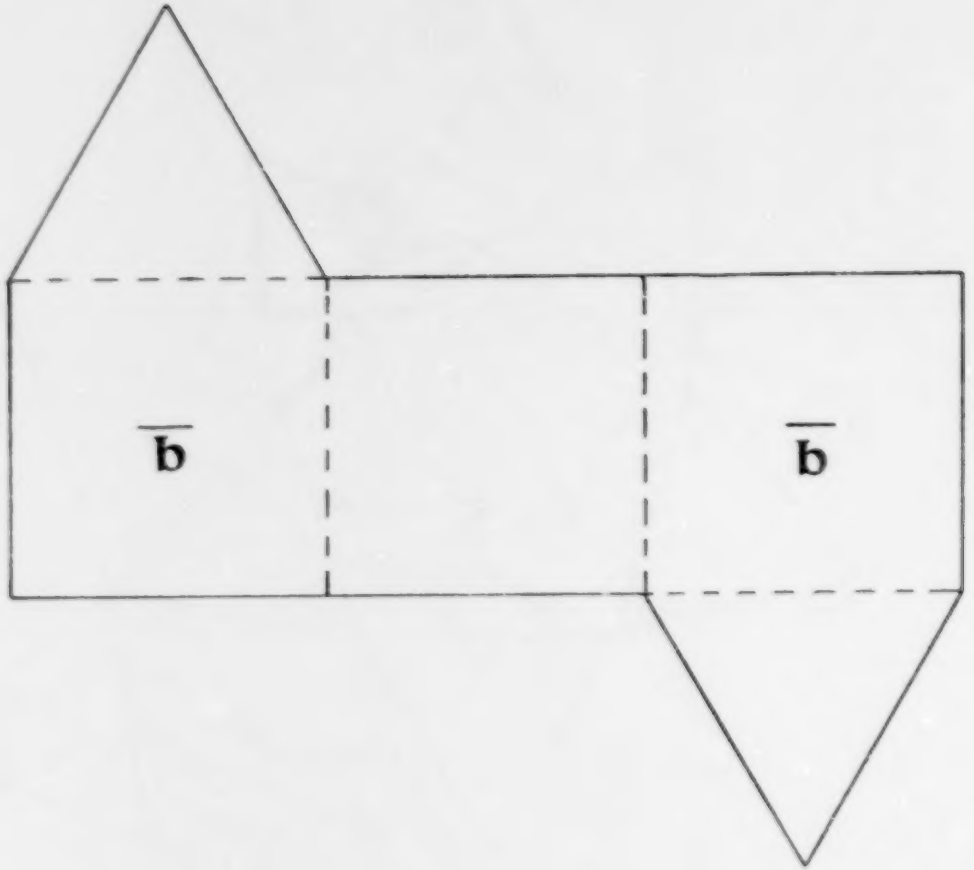
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



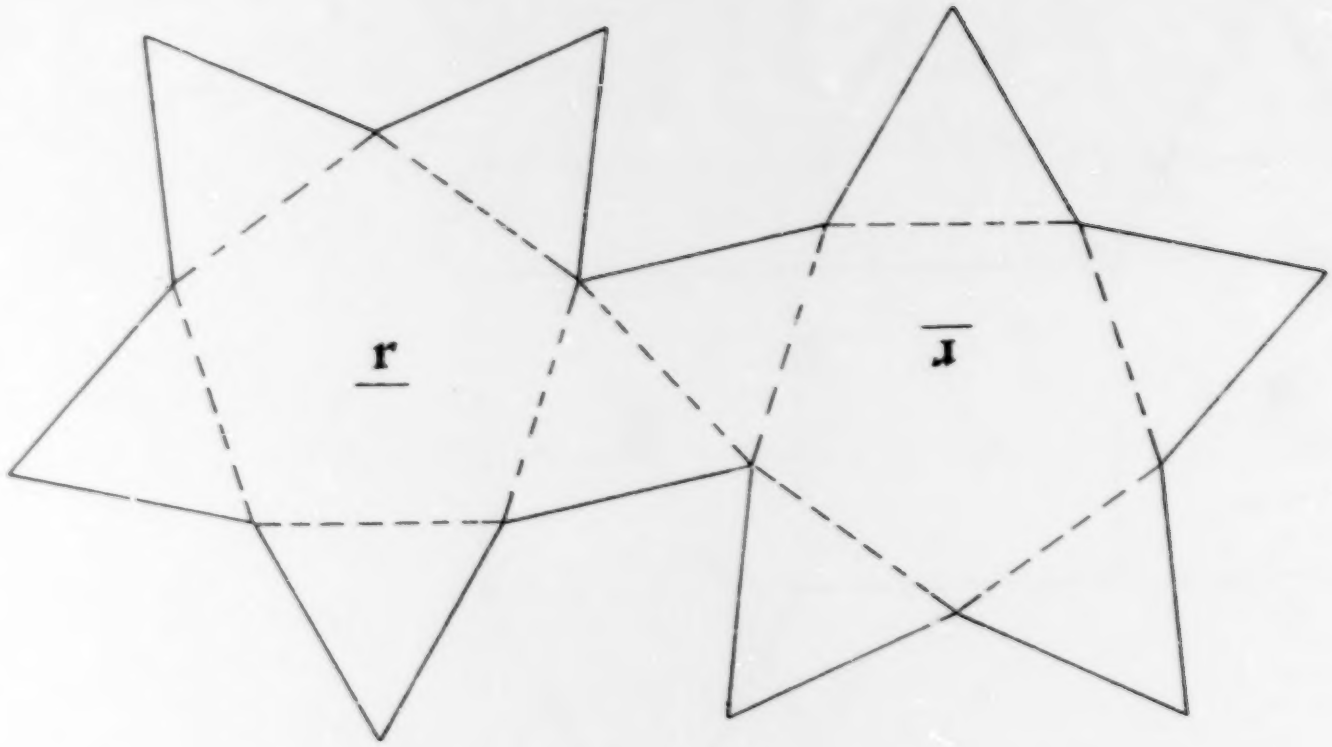
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



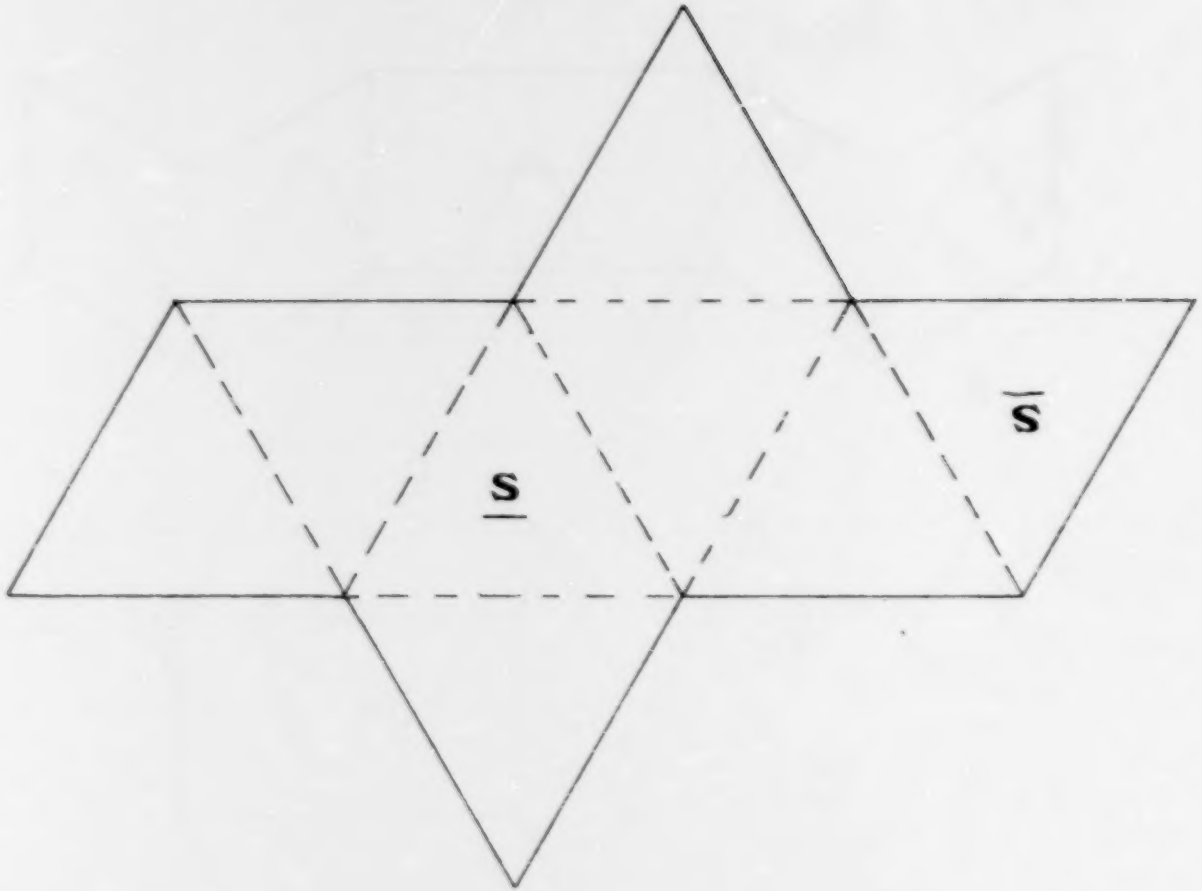
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



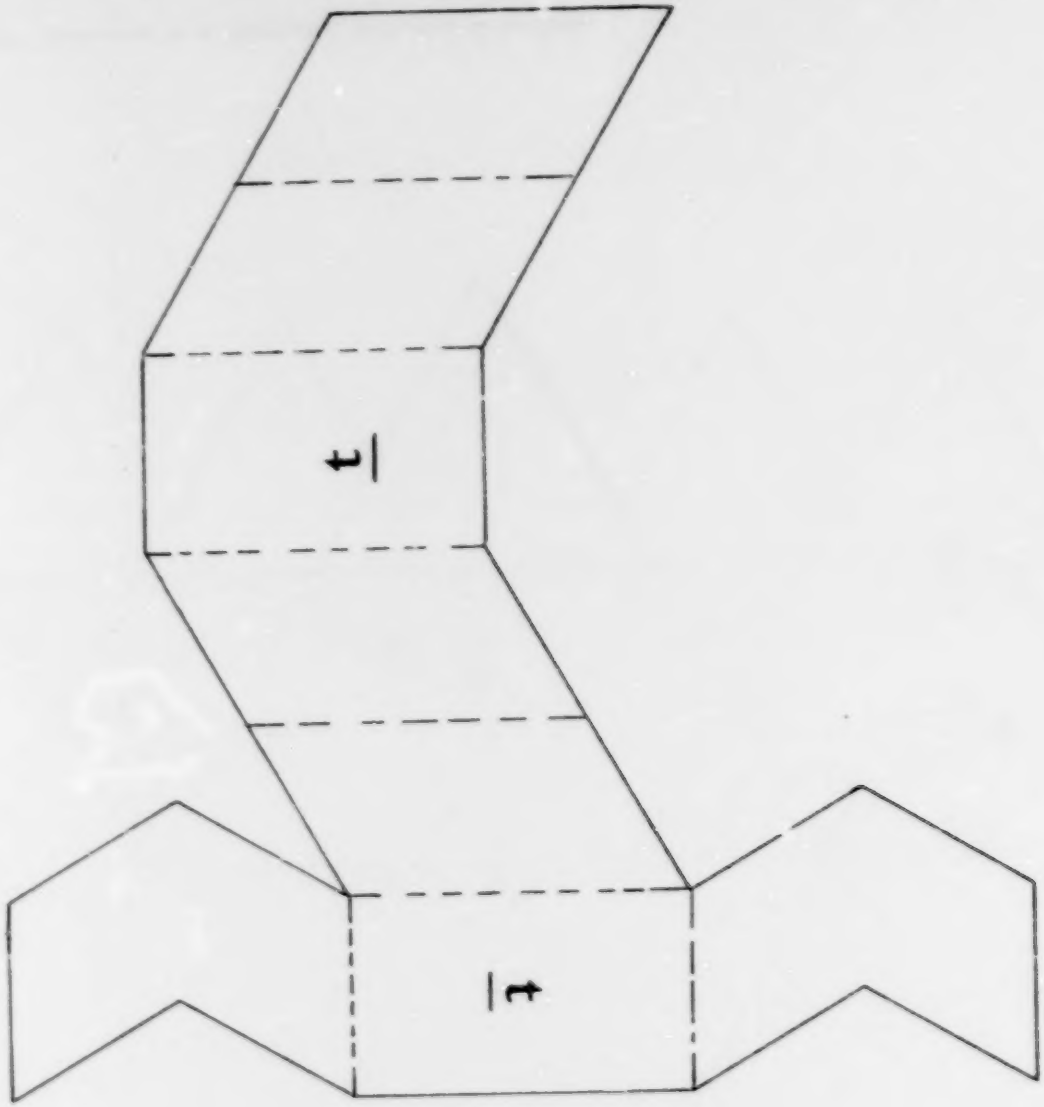
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



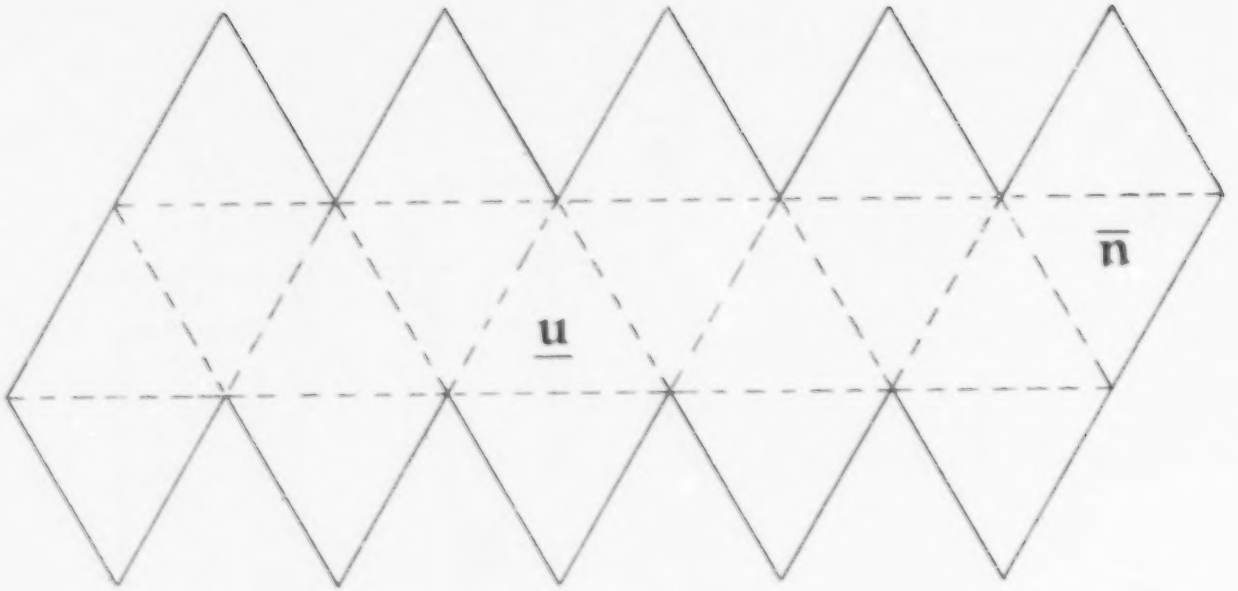
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



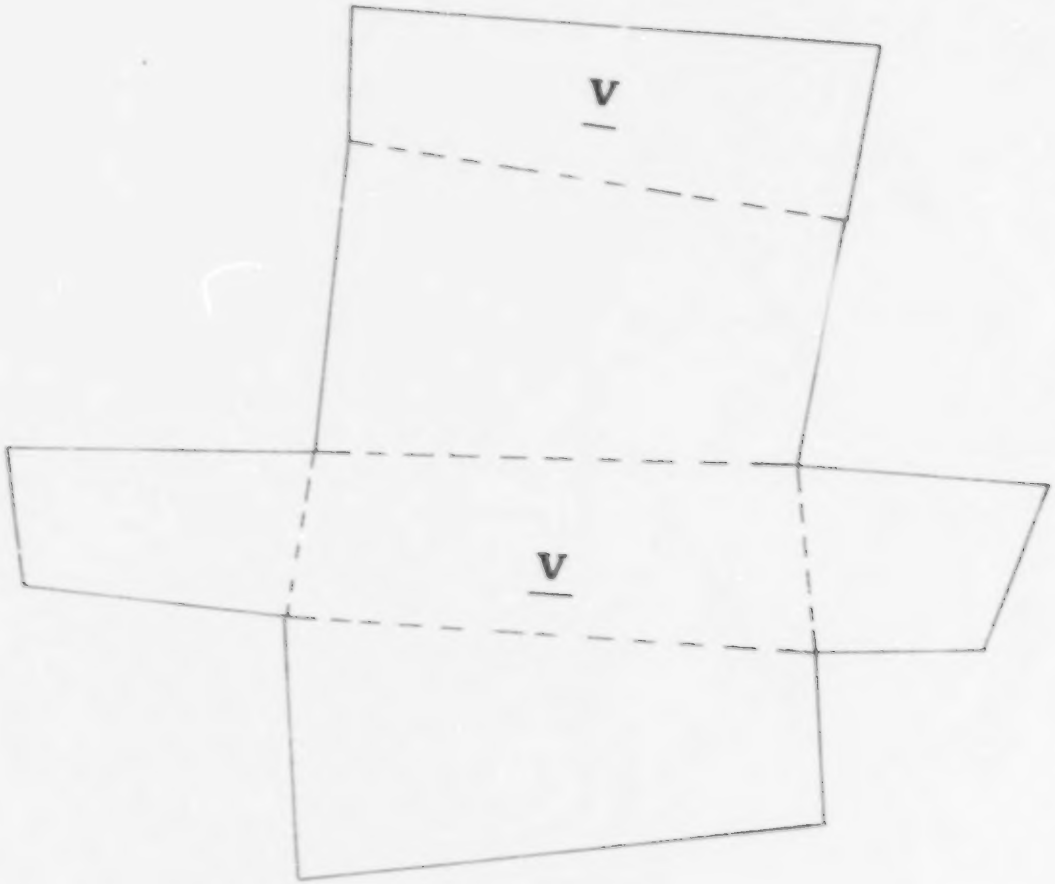
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



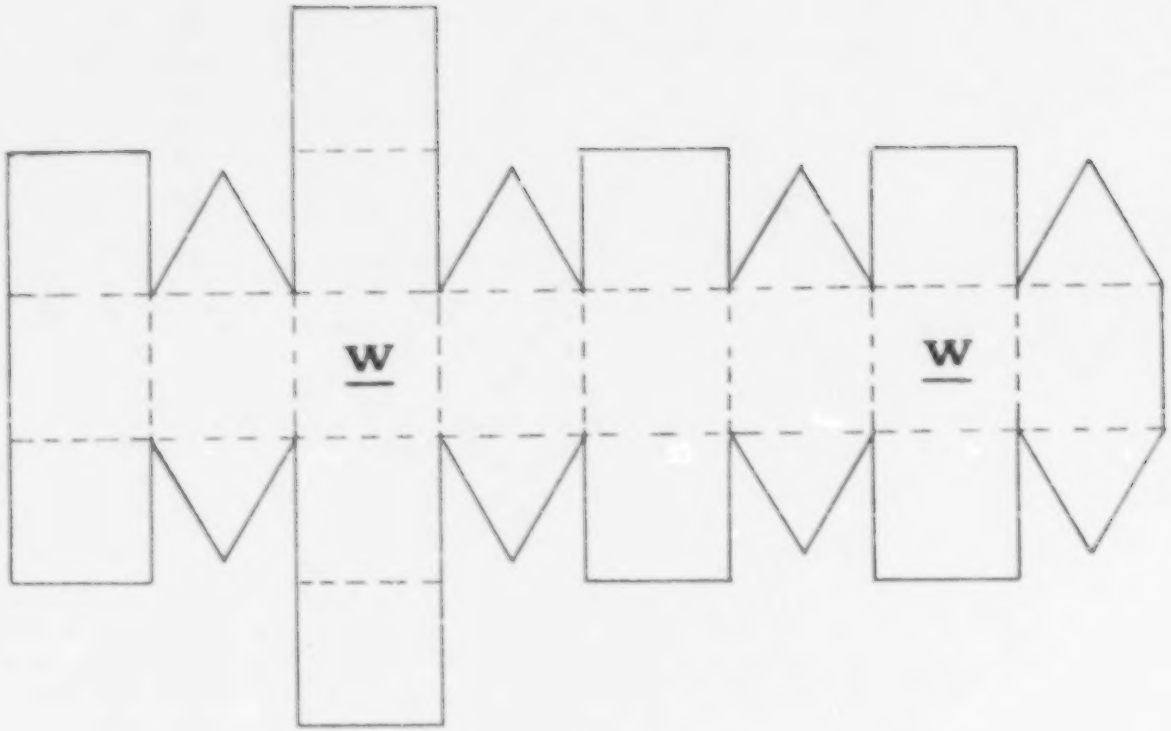
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



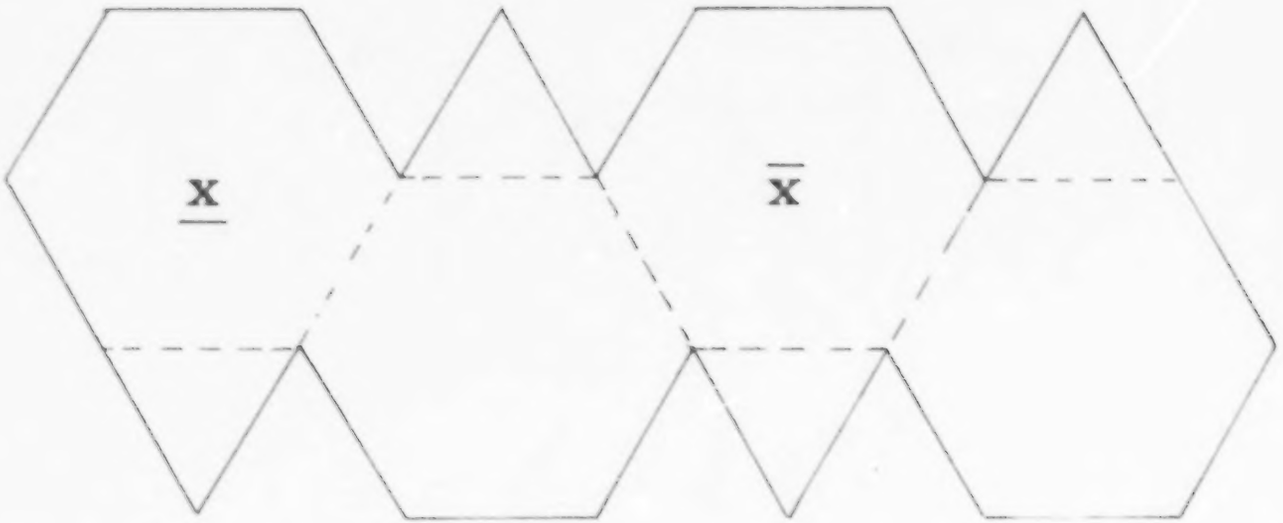
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



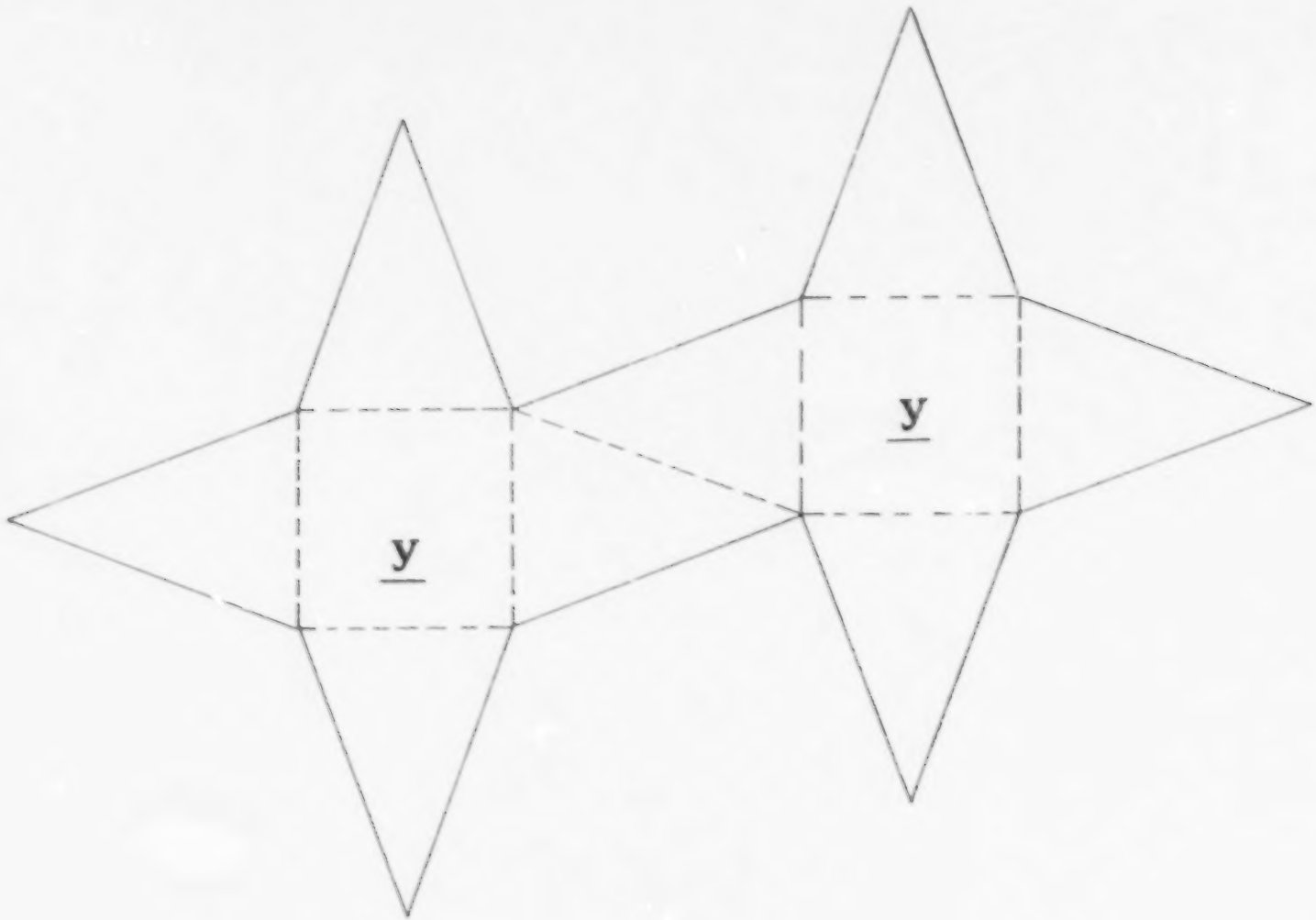
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



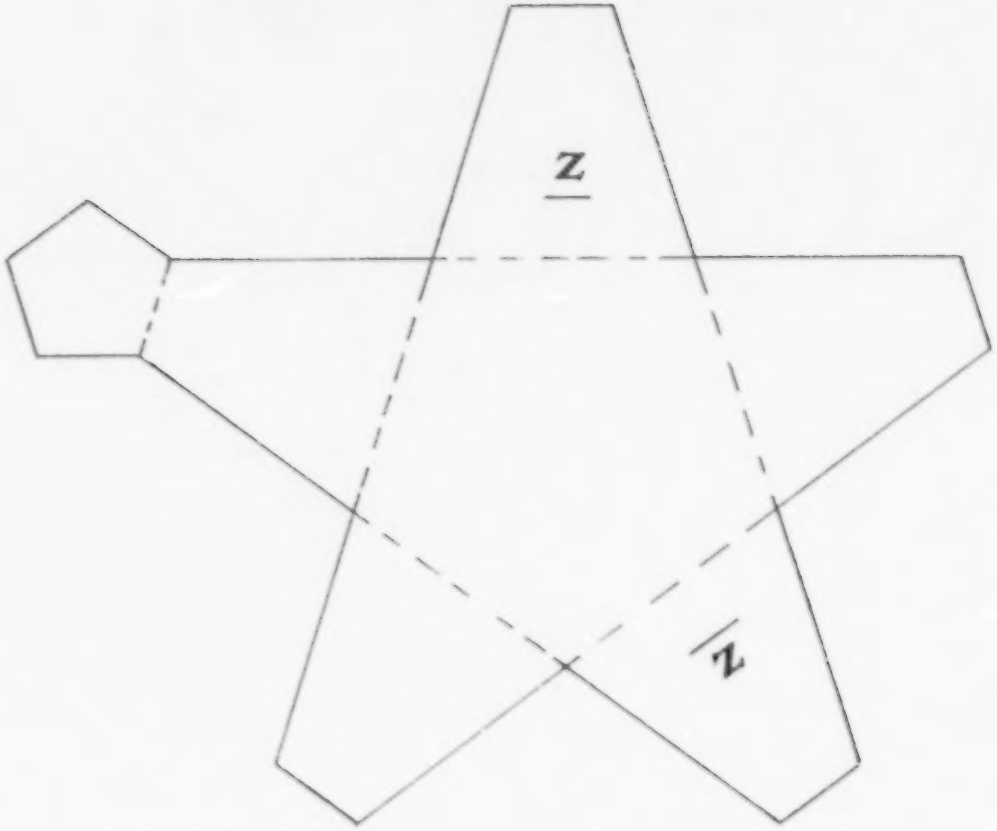
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

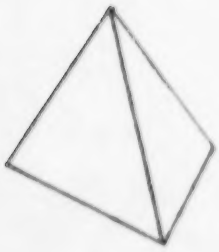


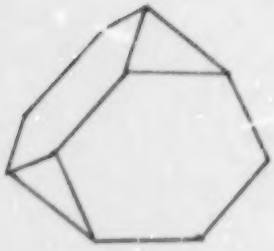
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

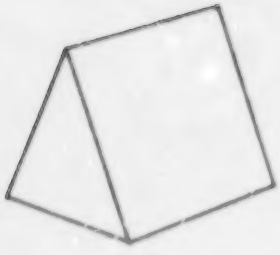


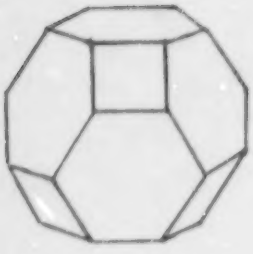
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

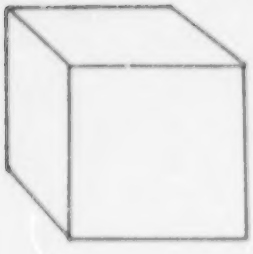
GUIDE DU MAÎTRE

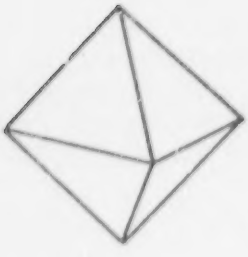












G U I D E D U M A Î T R E

accompagnant le diaporama

POLYÈDRES

réalisé par: H. Allard
C. Goupille
P. Allard

sous la direction de D. Lunkenbein

Section Enseignement
Département de mathématiques
Faculté des sciences
Université de Sherbrooke

Février 1979

Projet de recherche subventionné
par le programme F.C.A.C.
du Ministère de l'Éducation du Québec

TABLE DES MATIERES

		PAGE
I	PRESENTATION GLOBALE DE L'UNITE	
	1.- Les buts	1
	2.- La clientèle	1
	3.- Le matériel didactique	1
	4.- Le matériel technique	1
	5.- L'utilisation	2
II	INTENTIONS THEORIQUES DE L'UNITE D'ENSEIGNEMENT	
	1.- Le contenu mathématique (sa structure)	3
	2.- L'apprentissage favorisé	4
	3.- Le rôle de l'enseignement	4
	4.- L'organisation des activités de l'unité	6
	5.- Le rôle de chacun des éléments de l'unité	11
III	CONSEILS PRATIQUES A L'INTENTION DU MAITRE	
	1.- L'organisation de la classe	14
	2.- Le solutionnaire des fiches	
	- commentaires généraux	15
	- commentaires particuliers:	16
IV	CONCLUSION	
	1.- Prolongements, suites	67
	2.- Suggestions	68
	3.- Informations supplémentaires.	68

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

I PRÉSENTATION GLOBALE DE L'UNITÉ

1.- Buts:

a) général: Initier l'enfant à la géométrie tridimensionnelle.

b) spécifique: Mettre l'enfant en situation de découvrir et de structurer un environnement géométrique tri-dimensionnel précis: celui des Polyèdres.

2.- Clientèle:

Cette unité est conçue pour des enfants de 6e année. Elle peut être présentée partiellement à des enfants de 5e, voire de 4e année.

3.- Matériel didactique:

a) Un carrousel de diapositives et une bande sonore pour chacune des quatre (4) leçons du diaporama.

b) Un ensemble de polyèdres (26 blocs).

c) Un cahier de fiches pour chaque enfant.

d) Un cahier de construction pour chaque enfant.

e) Un guide du maître.

4.- Matériel technique:

1 a) pour une classe entière:

Un appareil à projection pour diapositives relié à un synchronisateur Telex.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

1 b) pour une équipe d'enfants:

Un appareil Caramate ou son équivalent synchronisant son et image.

2) Le tracé de chacun des 26 polyèdres.

5.- Utilisation du diaporama:

Le maître peut utiliser le diaporama:

a) comme outil d'enseignement pour ses élèves,

b) comme outil d'informations personnelles lui permettant, par la suite, de créer sa propre unité d'enseignement pour ses élèves,

c) comme guide d'exploration et de structuration d'un ensemble de polyèdres.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

II INTENTIONS THÉORIQUES DE L'UNITÉ D'ENSEIGNEMENT

1.- Le contenu mathématique et sa structure

a) le contenu mathématique:

Après avoir défini ce qu'est un polyèdre, l'unité d'enseignement introduit à quatre sous-familles de polyèdres:

1) les hexaèdres
2) les pyramides
3) les prismes
4) les semi-réguliers

Pour cela, l'unité fait appel à plusieurs sous-concepts mathématiques tels que les concepts de:

a) Faces:
- nombre de faces d'un polyèdre
- forme des faces d'un polyèdre
- parallélisme de faces
- régularité des faces

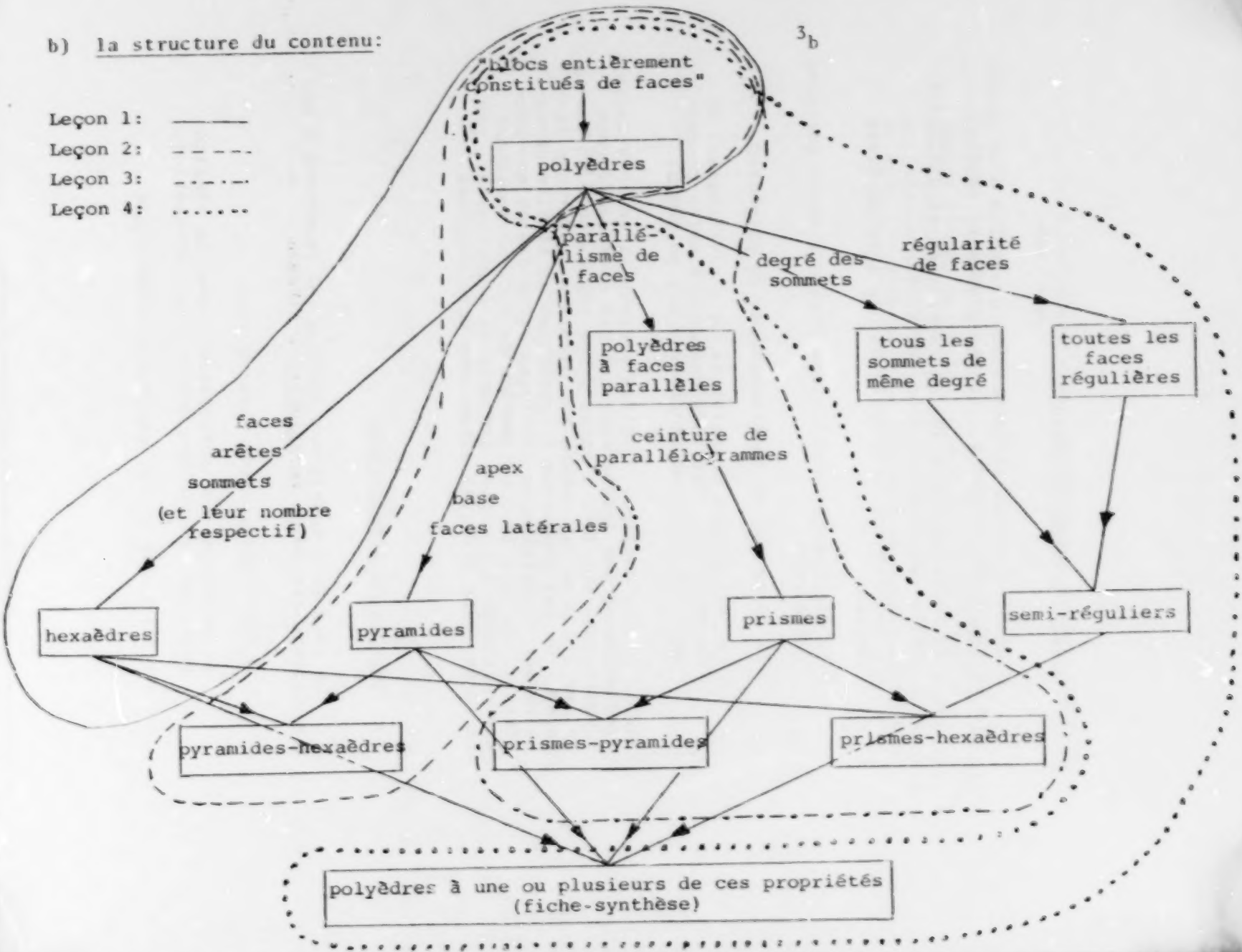
b) Arêtes:
- nombre d'arêtes d'un polyèdre
- nombre d'arêtes qui se rencontrent en un point
- nombre de côtés d'un polygone
- longueur des côtés d'un polygone
- grandeur des angles intérieurs d'un polygone

c) Sommets:
- degré d'un sommet
- nombre de sommets d'un polyèdre.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

b) la structure du contenu:

Leçon 1: ———
Leçon 2: – – – –
Leçon 3: – · – · –
Leçon 4: · · · · · ·



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

2.- L'apprentissage favorisé

L'unité vise une structuration graduelle d'un ensemble de polyèdres concrets. Un tel processus implique:

- la reconnaissance des ressemblances et des différences entre des objets concrets;
- l'élaboration de propriétés pertinentes à ces objets;
- la découverte de relations diverses entre certains polyèdres;
- la formation de sous-ensembles de polyèdres,
- la réalisation d'activités de classification et de sériation, des raisonnements simples concernant les diverses propriétés des polyèdres.

Ainsi, nous l'espérons, l'élève pourrat-il se construire graduellement des images mentales des diverses formes géométriques qui font l'objet d'une telle étude et les relier les unes aux autres par diverses opérations mentales. Un tel processus d'apprentissage résulte nécessairement d'expériences physiques (avec des objets concrets). Il vise la construction de notions englobant une multitude d'exemples concrets et s'appliquant, par la suite, dans diverses situations particulières.

3.- Le rôle de l'enseignant

Le rôle de l'enseignant dans un tel processus d'apprentissage est celui de <u>stimuler</u> l'élève:

- à faire ses propres observations;
- à confronter ses observations avec la réalité physique ou avec des observations préalables;
- à faire des investigations systématiques;

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

- à appliquer vigoureusement des notions déjà formées, etc..

En bref, l'enseignant agit en tant qu'animateur d'un processus plutôt qu'en tant que source d'informations. Lors des expérimentations de cette unité, il s'est avéré très profitable que le maître anime des discussions de synthèse avec les enfants à la fin ou à un moment donné des diverses leçons.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

4.- Organisation des activités de l'unité d'enseignement

a) Exploration libre

Avant de présenter le diaporama ou le contenu du diaporama à des enfants, il est nécessaire de leur permettre une période d'exploration libre, où, dans un premier temps, les enfants entrent en contact avec le matériel des Polyèdres. Par simple manipulation, ils intuitionneront certaines propriétés des blocs. Par exemple, ils prendront conscience qu'il est plus avantageux de choisir tel polyèdre plutôt que tel autre pour occuper une position donnée dans une tour qu'ils tentent d'élever. En effet, ils se rendront vite compte que les polyèdres de forme pyramidale ne peuvent apparaître ailleurs qu'au faîte d'une tour. Ils réaliseront peut-être que leur tour peut s'élever d'autant plus haut qu'ils superposent des blocs qui ont des faces parallèles.

N.B. Il est important de ne pas escamoter cette période de jeu libre. Elle a toute son importance dans l'apprentissage des concepts.

b) Exploration dirigée

Après un temps raisonnable d'exploration libre, il est bon de systématiser graduellement l'exploration. A cet effet, nous vous suggérons une brève série d'activités à soumettre aux enfants pour les aider à:

- discriminer, i.e. à remarquer les différences et les ressemblances entre 2 blocs puis, à les verbaliser.

- classer, i.e. regrouper les polyèdres qui présentent une ou des propriétés communes. N.B. Toutes les propriétés suggérées par les enfants sont acceptables: Ex.:

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

"ceux-ci ressemblent à des boules, ceux-là ont des pointus, etc ...".

c) Diaporama

Le diaporama présente une catégorie de structuration d'un ensemble de 26 polyèdres. Il est constitué de 4 leçons de longueur inégale visant respectivement la formation de 4 sous-ensembles:

- celui des hexaèdres (1ère leçon)
- celui des pyramides (2ème leçon)
- celui des prismes (3ème leçon)
- celui des semi-réguliers (4ème leçon)

c_1) Leçon 1

Avant d'introduire à la définition d'HEXAEDRES, la leçon 1 présente les généralités de base de l'unité à savoir:

a) la notion de polyèdres à partir des éléments constituants d'un polyèdre (faces, arêtes, sommets);

b) la procédure de construction d'un polyèdre donné.

Ces préliminaires ajoutent nécessairement à la longueur de la leçon 1. Avec certains enfants, il serait peut-être préférable de scinder en deux cette première leçon, i.e. de reporter à une leçon ultérieure l'étude des HEXAEDRES. Par contre, la notion d'HEXAEDRES ne semble présenter aucune difficulté aux enfants puisqu'elle ne fait appel

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

qu'au nombre de faces des polyèdres.

Pour réaliser la leçon 1 au complet, il faut compter au moins une heure et trente minutes.

c_2) Leçon 2

Dans un premier temps, la leçon 2 introduit à la notion de PYRAMIDE à partir de l'idée intuitive que les enfants s'en font. Dans un 2ième temps, elle prépare la définition, en introduisant progressivement aux éléments constituants de la PYRAMIDE, à savoir:

a) l'apex

b) les faces latérales triangulaires

c) le polygone de base

Enfin, dans un 3ième temps, elle présente aux enfants la définition rigoureuse de la PYRAMIDE et leur propose de former le sous-ensemble des POLYEDRES-PYRAMIDES.

Cette leçon ne présente pas de difficultés sérieuses et se fait, dans un temps relativement court (environ 45 minutes).

c_3) Leçon 3

La leçon 3 veut initier les enfants à la notion de PRISME. Cette notion est plus complexe que celle de pyramide ou d'hexaèdre. En effet, elle est le résultat de la conjonction de deux conditions pour les polyèdres:

© Section Enseignement Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

1) avoir d'abord une paire de faces parallèles

2) que cette paire de faces parallèles soit reliée par une ceinture de parallélogrammes.

Une première expérimentation du diaporama avec divers groupes d'enfants, nous a convaincus de la nécessité d'assurer chez les enfants, la compréhension de chacune de ces deux conditions avant d'en faire la conjonction.

Voilà pourquoi nous avons ajouté plusieurs diapositives d'explications et d'illustrations avant d'introduire à la notion de PRISME. Il en est de même des exercices proposés dans les fiches (3 Fiches d'introduction à la leçon 3).

Cette leçon est assez longue et gagnerait, elle aussi, à être scindée en deux parties:

a) celle des pré-requis à la notion de PRISME,

b) celle de la formation du sous-ensemble des PRISMES, des PRISMES-HEXAEDRES, etc ..

c_4) Leçon 4

La leçon 4 vise à la formation du sous-ensemble des polyèdres SEMI-REGULIERS - notion qui fait également appel à la conjonction de deux conditions pour les polyèdres:

a) avoir des sommets de même degré

b) avoir des faces régulières.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Ces 2 sous-notions sont d'abord introduites séparément, puis considérées simultanément chez les polyèdres afin d'en arriver à la formation du sous-ensemble des polyèdres SEMI-REGULIERS.

Les enfants comprennent aisément chacune de ces sous-notions mais, en général, ils ont du mal à les considérer simultanément lorsqu'ils examinent chaque polyèdre.

Il faut compter environ 1 heure pour cette dernière leçon.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

5.- Rôle de chacun des éléments de l'unité

a) le diaporama:

Nous avons choisi l'outil "diaporama" pour concevoir une unité d'enseignement sur les polyèdres parce que:

a_1) l'image donne à l'enfant une meilleure idée d'un polyèdre qu'un simple dessin ne pourrait le faire;

a_2) le diaporama offre plus d'un support à l'apprentissage de l'enfant:

- par l'image, il voit
- par le son, il entend.

b) le matériel: (26 polyèdres)

La manipulation d'objets concrets est nécessaire à l'apprentissage chez l'enfant; (Principe dynamique opératoire), il touche ce qu'il voit, il appréhende, il se forme graduellement une image mentale des objets qu'il explore.

c) les fiches

c_1) les fiches d'exploration dirigée (leçon 0) peuvent servir de guide de discrimination et d'appréhension des propriétés pertinentes pour l'enfant.

Elles peuvent également être administrées comme pré-test et post-test, permettant au maître de connaître les connaissances de l'enfant avant l'unité d'enseignement (pré-test), puis, de les comparer avec celles

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

qu'il aura acquises durant l'unité (post-test).

c_2) les fiches de travail

En répondant à ses fiches, l'enfant est soumis à divers types d'exercices:

exercices de fixation:
cf. Questions 2 et 3 p. 6.

exercices de formulation:
cf. Question 2 p. 3.

exercices d'approfondissement:
cf. Question 2 p. 10.

exercices d'abstraction:
cf. Questions 2, 3, 4 p. 6.

exercices de généralisation:
cf. Questions *2, *3, *4 p. 14.

c_3) les fiches de contrôle et d'évaluation

La plupart des fiches fournissent au maître un moyen de contrôler l'acquisition progressive des connaissances par l'enfant et permettent à ce dernier d'appliquer, au fur et à mesure, les notions présentées dans le diaporama.

La fiche ł4 de la leçon 4 est une fiche-synthèse de récapitulation. Le maître peut l'utiliser comme contrôle s'il le désire.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

d) le cahier de construction:

Les exercices de construction de polyèdres par l'enfant permettent à ce dernier, tout en exerçant son habileté manuelle et sa précision, d'appréhender qu'un polyèdre délimite une partie de l'espace tri-dimensionnel.

Les notions de faces, d'arêtes et de sommets sont nettement perçues ici par l'enfant.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

III CONSEILS PRATIQUES A L'INTENTION DU MAITRE

1) L'organisation de la classe pour l'utilisation du diaporama.

Le diaporama est conçu pour de petites équipes de 4 à 5 enfants auxquels on donne une série de polyèdres et un appareil Caramate. Par contre, le maître peut avec autant de profit, travailler avec toute sa classe. Pour cela, nous lui donnons quelques conseils d'ordre pratique.

a) partager sa classe en îlots de travail;

b) grouper les enfants par 4 ou 5;

c) fournir un ensemble de polyèdres par îlot;

d) projeter le diaporama (ou des séquences du diaporama) sur un grand écran au moyen d'un appareil synchronisant le son et l'image tel un appareil TELEX;

e) intervenir de façon sporadique pour des mises au point collectives appropriées;

f) tenter d'atténuer les écarts de rythmes d'apprentissage en dispensant les enfants plus lents des questions étoilées (*) dans les fiches. (cf. commentaires généraux: fiches de travail p. 15d).

L'expérimentation nous a démontré qu'il peut être bien avantageux pour un maître qui veut procéder tel que décrit ci-haut, d'initier, à l'avance, une équipe d'enfants au diaporama, de façon que ces derniers, répartis dans chacun des îlots de travail, jouent le rôle de chefs d'équipe ou de moniteurs responsables.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de St

2) Solutionnaire des fiches de travail:

A) Commentaires généraux

a) En tout temps, l'enfant peut consulter les fiches précédentes de celles qu'il est en train de travailler (sans pour autant se sentir coupable de copier). Cela, même lorsqu'il est appelé à donner une définition; il s'adonnera alors à un exercice de fixation plutôt que de formulation, mais cela peut lui être tout aussi profitable.

b) Lorsque l'enfant a à construire ses propres polyèdres en carton, il est bon de leur donner une méthode de pliage précis sur la ligne pointillée. Pour cela, on leur suggère d'encaver le tracé pointillé au moyen d'une pointe sèche ou d'une pointe de crayon bille appuyée sur une règle. Ainsi, en refermant la figure, les arêtes apparaîtront nettement et au bon endroit.

c) Lorsque deux directives apparaissent simultanément à l'écran, l'enfant a souvent tendance à n'exécuter que la première. Le maître doit être vigilant et rappeler la seconde consigne aux enfants avant de remettre l'appareil en marche.

d) Les questions précédées d'une étoile (*2) sont, en général plus difficiles, et peuvent être réservées aux enfants plus forts ou plus rapides. Elles peuvent également faire l'objet d'une réflexion collective guidée par le maître.

e) Il est pratique (pour la correction) que l'enfant inscrive en ordre alphabétique ses résultats dans les cases des diagrammes proposés.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

B) Commentaires particuliers

LECON 1 COMMENTAIRES FICHE 1

Cette fiche est une fiche de vocabulaire à laquelle l'enfant se référera plusieurs fois durant l'unité d'enseignement.

Le maître l'utilisera comme bon lui semblera pour son groupe d'enfants. Il pourra la lire à haute voix avec les enfants ou la leur laisser lire. Il pourra en faire mémoriser certaines parties ou n'insistera pas sur la mémorisation des termes.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 1

I Explications

1- Les parties planes de la surface de tes blocs s'appellent "faces".

2- Ces blocs entièrement constitués de faces, font partie de la famille des "polyèdres".

3- Un polyèdre à quatre (4) faces s'appelle un "tétraèdre".
Un polyèdre à cinq (5) faces s'appelle un "pentaèdre".
Un polyèdre à six (6) faces s'appelle un "hexaèdre".
Un polyèdre à huit (8) faces s'appelle un "octaèdre".
Un polyèdre à douze (12) faces s'appelle un "dodécaèdre".
Un polyèdre à vingt (20) faces s'appelle un "icosaèdre".

4- Origine des mots

Poly	vient du mot grec	"polus"	qui veut dire "nombreux".
Edra	vient du mot grec	"edros"	qui veut dire "base".
Tetra	vient du mot grec	"tetra"	qui veut dire "quatre".
Penta	vient du mot grec	"pente"	qui veut dire "cinq".
Hexa	vient du mot grec	"hexa"	qui veut dire "six".
Octa	vient du mot latin	"octo"	qui veut dire "huit".
Dodéca	vient du mot grec	"dodeka"	qui veut dire "douze".
Icosa	vient du mot grec	"eikosi"	qui veut dire "vingt".

tourne la page

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 1 COMMENTAIRES FICHE 1

A moins d'avoir fait beaucoup d'exercices de mémorisation à la page 1, l'enfant devra se référer à la fiche de vocabulaire p. 1 pour répondre à la question 1 de la page 2.

La question 4 n'est pas facile pour des enfants moyens. Le maître aura peut-être à en faire saisir le sens.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 1 (suite)

II Exercices

1- Examine les polyèdres mentionnés ci-dessous et compte le nombre de faces que chacun possède. Inscris ce nombre ainsi que le nom du polyèdre dans le tableau.

Le polyèdre C possède [4] faces, c'est un _tétraèdre

Le polyèdre O possède [8] faces, c'est un _octaèdre_

Le polyèdre F possède [5] faces c'est un _pentaèdre

Le polyèdre H possède [6] faces, c'est un _hexaèdre_

Le polyèdre U possède [20] faces, c'est un _icosaèdre

Le polyèdre T possède [8] faces, c'est un _octaèdre_

Le polyèdre R possède [12] faces, c'est un _dodécaèdre

Le polyèdre Q possède [5] faces, c'est un _pentaèdre

2- Quel nom donnerais-tu au polyèdre que tu as construit?
octaèdre____ Pourquoi? _Il_a_huit_faces_____

3- Décris ce qu'est un polyèdre.
C'est_une_forme_géométrique_entièrement_constituée_de_faces_____

* 4- Tout hexaèdre est un polyèdre. vrai [7] faux [ ]

Tout polyèdre est un tétraèdre. vrai [ ] faux [7]

Remets l'appareil en marche et poursuis.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 1 COMMENTAIRES FICHE 2

Ne pas hésiter à suggérer aux enfants qui sont incapables de répondre à la question 2, de relire la définition donnée en I Explications:

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 2

I Explications

1- *Deux faces d'un polyèdre peuvent se rencontrer en une ligne.*

2- *Cette ligne où deux faces se rencontrent s'appelle "arête".*

II Exercices

1- Le polyèdre E possède [8] arêtes.

Le polyèdre A possède [10] arêtes.

Le polyèdre S possède [12] arêtes.

Le polyèdre C possède [6] arêtes.

2- Qu'est-ce qu'une arête?

C'est la rencontre de deux faces dans un polyèdre

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 1 COMMENTAIRES FICHE 3

Le maître ne s'étonnera pas si l'enfant ne réussit pas les questions *5 et *6 de cette fiche même si le diaporama en a fait mention. Il n'est pas facile pour lui de déduire le nombre minimal d'arêtes qui se rencontrent en un sommet à partir des résultats enregistrés sur sa fiche.

Il n'est pas plus facile pour lui d'imaginer un polyèdre ayant un sommet de degré plus grand que 5 s'il n'a pas intuitionné qu'il n'existe pas de nombre maximal d'arêtes pour le sommet "APEX" de la pyramide.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 3

I Explications

Lorsque des arêtes se rencontrent dans un polyèdre, ce point de rencontre s'appelle "sommet".

II Exercices

1- Le polyèdre A possède [6] sommets.

Certains de ses sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes [ ], 3 arêtes [✓], 4 arêtes [ ], 5 arêtes [✓]

2- Le polyèdre Y possède [8] sommets.

Certains de ses sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes [ ], 3 arêtes [ ], 4 arêtes [✓], 5 arêtes [ ]

3- Dans le polyèdre U , certains sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes [ ], 3 arêtes [ ], 4 arêtes [ ], 5 arêtes [✓]

4- Dans le polyèdre E , certains sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes [ ], 3 arêtes [✓], 4 arêtes [ ], 5 arêtes [✓]

* 5- Chaque sommet d'un polyèdre est le point de rencontre d'au moins [3] arêtes.

* 6- Peux-tu imaginer un ou des polyèdres ayant comme sommet(s) le point de rencontre de plus de cinq arêtes? *oui (pyramide)*

7- Qu'est-ce qu'un sommet?
C'est le point de rencontre des arêtes dans un polyèdre...

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 1 COMMENTAIRES FICHE 4

Cette fiche ne présente aucune difficulté. Il serait avantageux pour le maître de demander aux enfants d'inscrire les lettres en ordre alphabétique dans la case du bas.

La correction en est de beaucoup accélérée.

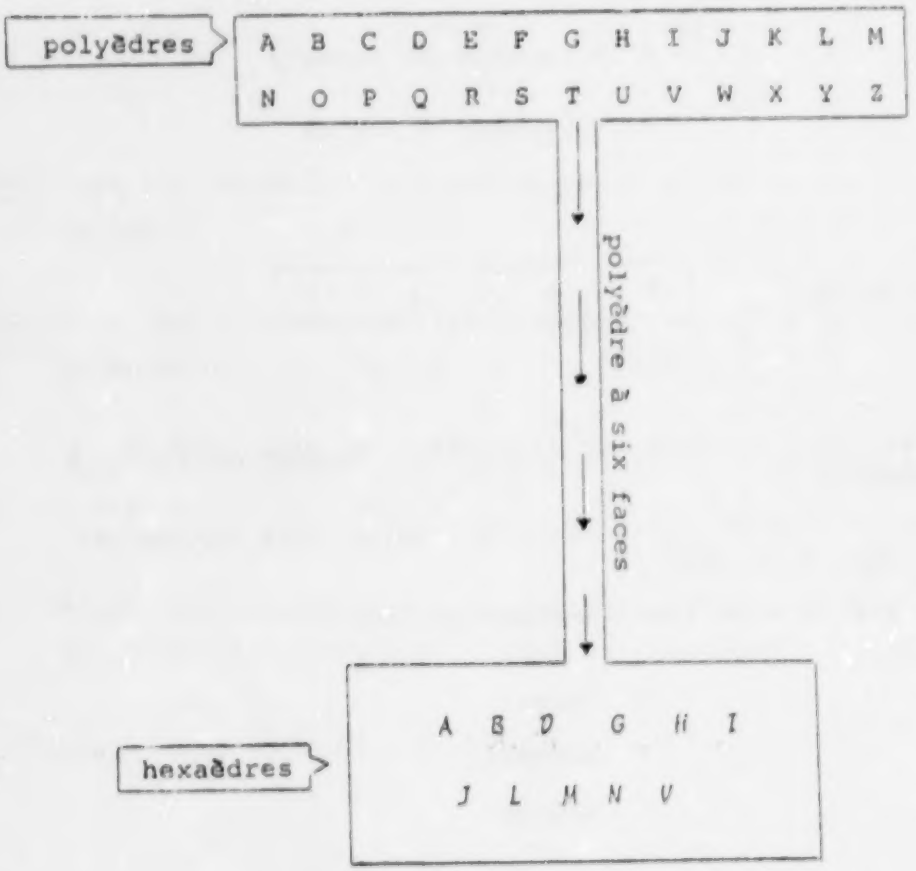
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 4

I Explications

Un polyèdre à six (6) faces est un "hexaèdre".

II Exercices



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 1 COMMENTAIRES FICHE 5

A la question 1, le maître pourra, s'il en voit la pertinence, faire ressortir la loi d'Euler pour les polyèdres:

Légende: F = nombre de faces

S = nombre de sommets

A = nombre d'arêtes

Loi d'Euler: $F + S = A + 2$

La question 5 insiste sur l'hexaèdre le plus parfait, à savoir le cube .

Il y a un intérêt particulier à étudier tous les hexaèdres de la Famille du Cube ;

c'est-à-dire tous les hexaèdres qui ont:

6 faces

8 sommets

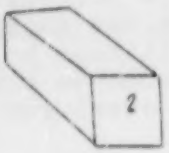
12 arêtes

Un diaporama: " La famille du Cube " est disponible à la Section Enseignement du Département de mathématiques de l'Université de Sherbrooke.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 5

1- Compare le nombre de sommets et d'arêtes des deux hexaèdres que tu viens de construire.



[6] faces, [8] sommets, [12] arêtes

[6] faces, [5] sommets, [9] arêtes

2- Tous les hexaèdres ont-ils nécessairement le même nombre de faces? oui [✓] non [ ]

3- Tous les hexaèdres ont-ils nécessairement le même nombre de sommets? oui [ ] non [✓]

4- Tous les hexaèdres ont-ils nécessairement le même nombre d'arêtes? oui [ ] non [✓]

5- Parmi les hexaèdres que tu as identifiés, y en a-t-il un qui t'est plus familier? Quel est son nom? le cube

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 2 COMMENTAIRES FICHE 6

Il se peut que certains enfants classent le polyèdre S avec les pyramides évoquant la raison que S est une double-pyramide. Il y a alors lieu de revenir à la définition et d'insister sur la nécessité d'avoir un seul polygone de base qui ne touche pas à l'apex dans une pyramide. Insister aussi sur le fait que dans une pyramide, l'apex est unique.

Il arrive aussi parfois que les enfants placent le polyèdre Q parmi les pyramides, même si ses faces latérales ne sont pas triangulaires. De plus, ce polyèdre n'a pas d'apex.

Cette erreur provient sans doute du fait que l'enfant n'a pas une bonne image mentale de la pyramide. Il associe aux pyramides les polyèdres qui se terminent en pointe.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

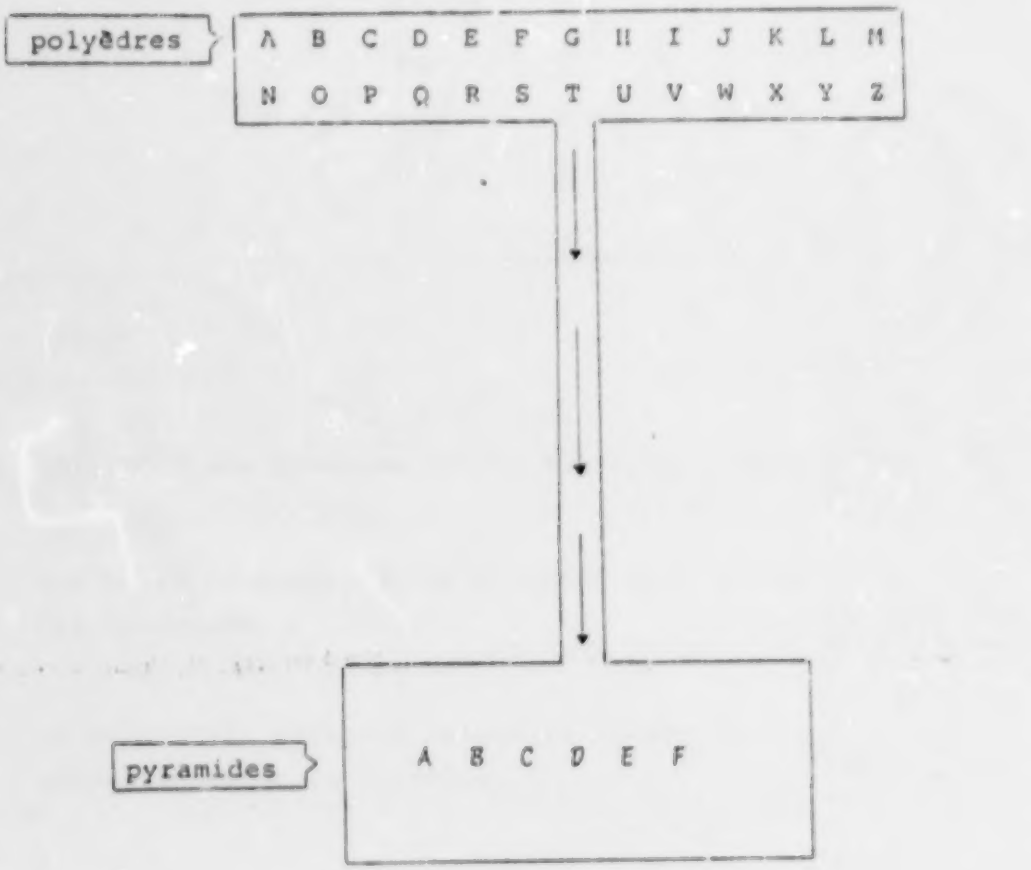
Leçon 2 FICHE 6

I Explication

Une "pyramide" est un polyèdre ayant comme base un polygone quelconque et des faces latérales triangulaires qui se touchent toutes en un sommet appelé apex.

II Exercices

1- Examine chaque polyèdre et complète le diagramme suivant.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 2 COMMENTAIRES FICHE 6

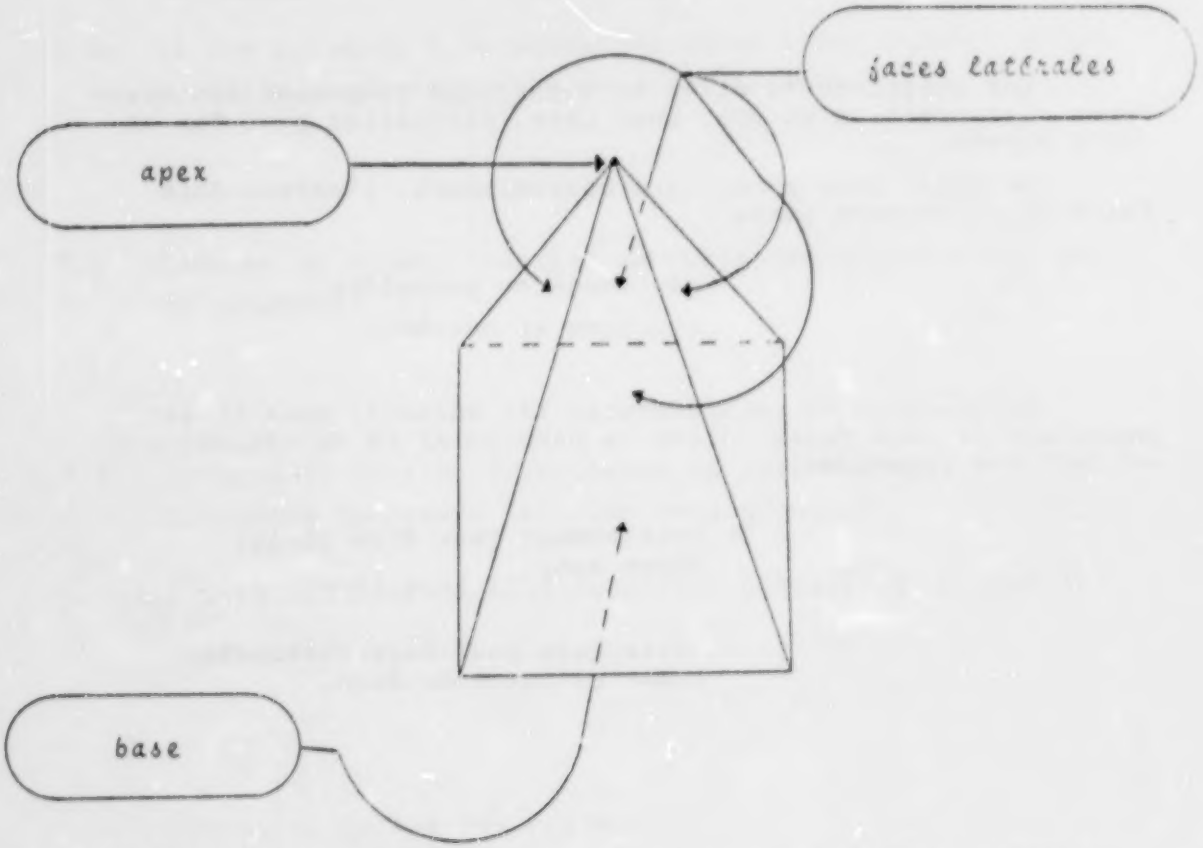
Exercice de fixation des éléments constituants de la pyramide.

La question posée sur cette fiche n'est rien, d'autre que le morcellement illustré de la définition de pyramide.

© Section E-seignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 2 FICHE 6 (suite)

2- Indique les parties d'une pyramide.



3- La base d'une pyramide touche à l'apex. vrai ☐ faux ☑

Les faces latérales d'une pyramide sont toutes des triangles. vrai ☑ faux ☐

La base d'une pyramide rencontre toutes les autres faces de la pyramide. vrai ☑ faux ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 2 COMMENTAIRES FICHE 6

Les questions *4 et *5 de cette page proposent des exercices d'abstraction et sont pour cela, difficiles pour des enfants moyens.

De plus, pour y répondre correctement, l'enfant doit faire la différence entre

pentagone et pentaèdre

octogone et octoèdre

La question *6 peut dérouter les enfants, mais il est important de leur faire saisir la particularité du tétraèdre C en tant que pyramide:

- tout sommet peut être choisi comme apex.

- toute face peut être considérée comme polygone de base.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 2 FICHE 6 (suite et fin)

• 4- Si une pyramide a un pentagone comme base, combien cette pyramide comporte-t-elle de faces en tout? [6]

• 5- Combien de faces latérales comporte une pyramide qui est un octaèdre? [7]

• 6- Lorsque tu essaies d'appliquer la notion d'apex au tétraèdre (polyèdre c), que remarques-tu?

Chaque sommet peut être considéré comme étant l'apex de la pyramide.

7- Décris ce qu'est une pyramide.

C'est un polyèdre ayant comme base un polygone quelconque et des faces latérales triangulaires qui se touchent toutes en un sommet appelé l'apex de la pyramide.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 2 COMMENTAIRES FICHE 7

Pour la première fois dans les fiches, apparaît un diagramme qui illustre la conjonction de deux propriétés: au bas du diagramme figure l'ensemble des polyèdres qui sont à la fois pyramides et hexaèdres. Si l'enfant n'est pas familier avec ce type de diagramme, le maître pourra le commenter.

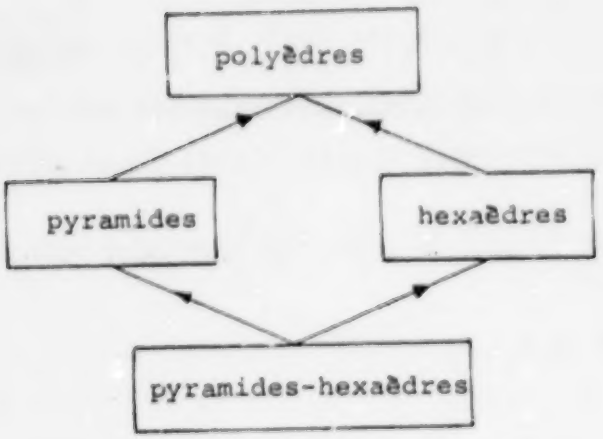
Les enfants répondront plus facilement aux questions *2, *3 et *4 s'ils ont pris l'habitude de mettre un signe caractéristique (Ⓐ) chaque fois qu'un polyèdre quitte une case pour descendre plus bas.

Remarque:

Il est à noter que l'ensemble des pyramides-hexaèdres (ou hexaèdres-pyramides) est un sous-ensemble et de l'ensemble des pyramides et de l'ensemble des hexaèdres.

En d'autres termes, si on inversait les flèches du diagramme, on représenterait la relation:

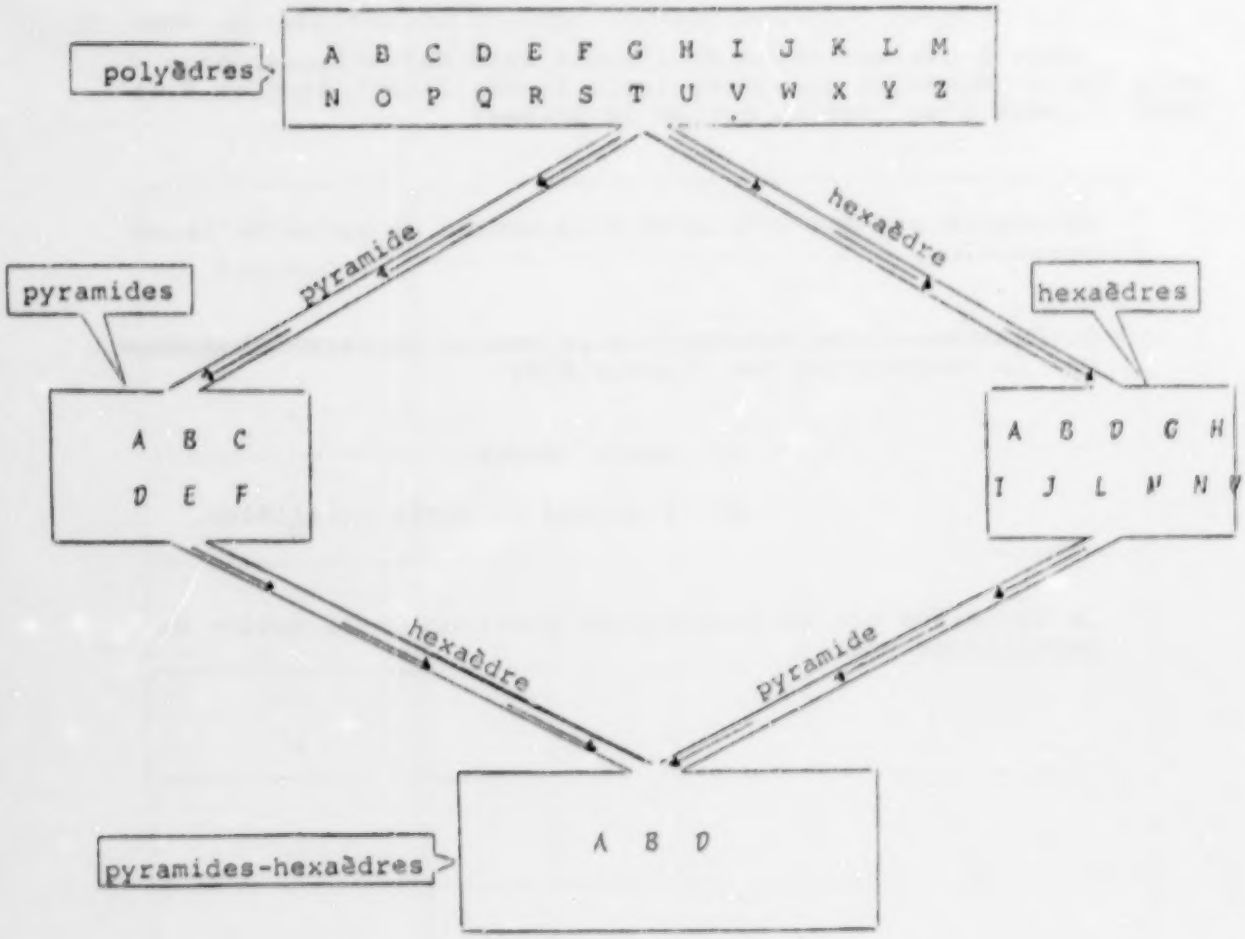
"est sous-ensemble de":



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 2 FICHE 7

1- Complète le diagramme suivant:



* 2- Quels sont les polyèdres qui sont des hexaèdres non-pyramides?

G H I J L M N V

* 3- Quels sont les polyèdres qui sont des pyramides non-hexaèdres?

C E F

* 4- Quels sont les polyèdres qui sont ni pyramides, ni hexaèdres?

K O P Q R S T U W X Y Z

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES PREMIERE FICHE

Après expérimentation de l'unité avec des enfants, nous avons vu la nécessité d'ajouter trois fiches d'introduction à la leçon 3 avant d'aborder la notion de prisme:

- la première fiche introduit à la notion de paire de faces parallèles;

- la deuxième fiche introduit à la notion de parallélogramme par la conjonction des 2 propriétés:

  1) quadrilatère

  2) 2 paires de côtés parallèles.

- la troisième est un exercice de fixation de la notion de parallélogramme.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 PREMIERE FICHE D'INTRODUCTION

Indique par un √ dans chaque colonne, le nombre de paire(s) de faces parallèles que possède chaque polyèdre suggéré.

Polyèdre	Nombre de paire(s) de faces parallèles				
	0	1	2	3	plus que 3
A	✓				
H			✓		
N				✓	
K					✓
O					✓
Y		✓			

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES DEUXIEME FICHE

En inversant les flèches dans le diagramme, on symboliserait encore la relation:

"est sous-ensemble de":

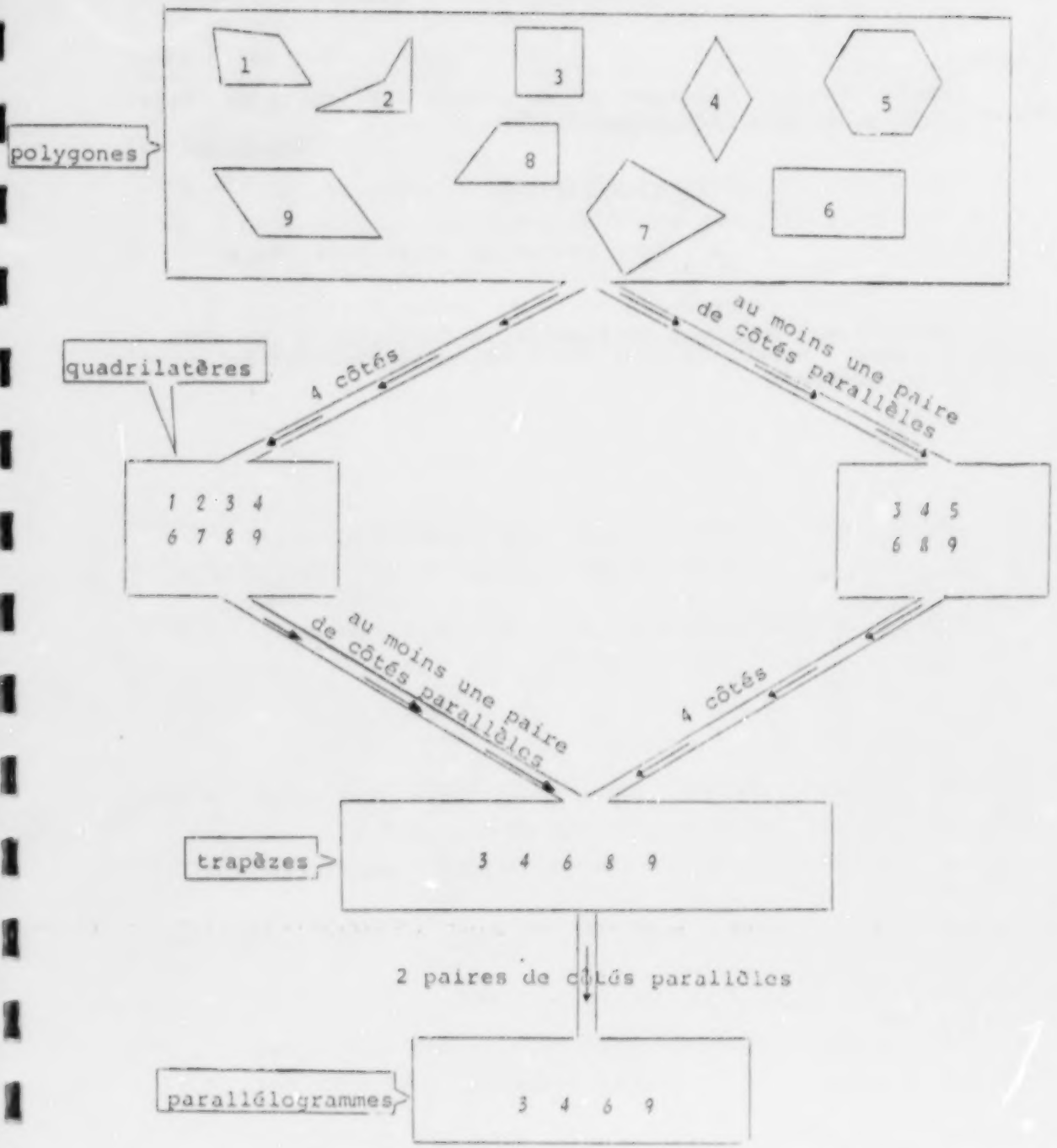
Il n'est pas trivial de faire saisir à l'enfant que si les parallélogrammes sont un sous-ensemble des trapèzes, alors tout parallélogramme est un trapèze.

De même, tout trapèze est un quadrilatère.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3

DEUXIEME FICHE D'INTRODUCTION



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES TROISIEME FICHE

Cette fiche ne présente qu'une légère difficulté au niveau de la conjonction des deux propriétés:

1) quadrilatère

2) deux paires de côtés parallèles.

Les enfants oublient facilement la condition 1) et sont portés à faire l'erreur de dire que l'hexagone régulier est un parallélogramme.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 TROISIEME FICHE D'INTRODUCTION

I Explications

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant deux (2) paires de côtés parallèles.

II Exercices

1- Voici la copie de certaines faces de tes polyèdres.
Détermine si ces faces sont des parallélogrammes.

Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☐ non ☑
A-t-elle 2 paires de côtés parallèles? oui ☐ non ☑
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☑

Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☐ non ☑
A-t-elle au moins 2 paires de côtés parallèles? oui ☑ non ☐
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☑

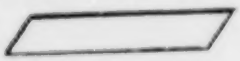
Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☑ non ☐
A-t-elle 2 paires de côtés parallèles? oui ☐ non ☑
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☑

Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☑ non ☐
A-t-elle deux paires de côtés parallèles? oui ☑ non ☐
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☑ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES TROISIEME FICHE

Les questions *2, *3 et *4 sont très difficiles car même si l'enfant vient de réaliser qu'un parallélogramme est un quadrilatère qui possède 2 paires de côtés parallèles, il répugne à dire qu'un carré est un parallélogramme. Il reste alors fixé sur la représentation connue et souvent abusive du parallélogramme, à savoir



plutôt qu'il n'abstrait l'image mentale du parallélogramme dans toute sa généralité, c'est-à-dire: quadrilatère à deux paires de côtés parallèles.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 . TROISIEME FICHE D'INTRODUCTION (suite et fin).

* 2- Un carré est-il toujours un parallélogramme? oui ☑ non ☐

* 3- Un rectangle est-il toujours un parallélogramme? oui ☑ non ☐

* 4- Un parallélogramme est-il toujours un carré? oui ☐ non ☑

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES FICHE 8

Pour qu'un polyèdre soit un prisme, il faut qu'il réponde aux deux conditions à la fois.

Les polyèdres qui présentent le plus de difficulté sont ceux qui ont plus d'une paire de faces parallèles, (Ex. M) car souvent les enfants ayant considéré une première paire de faces parallèles qui ne sont pas reliées par une ceinture de parallélogrammes, oublient de poursuivre leur "investigation" au niveau d'une deuxième paire de faces parallèles.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 8

I Explications

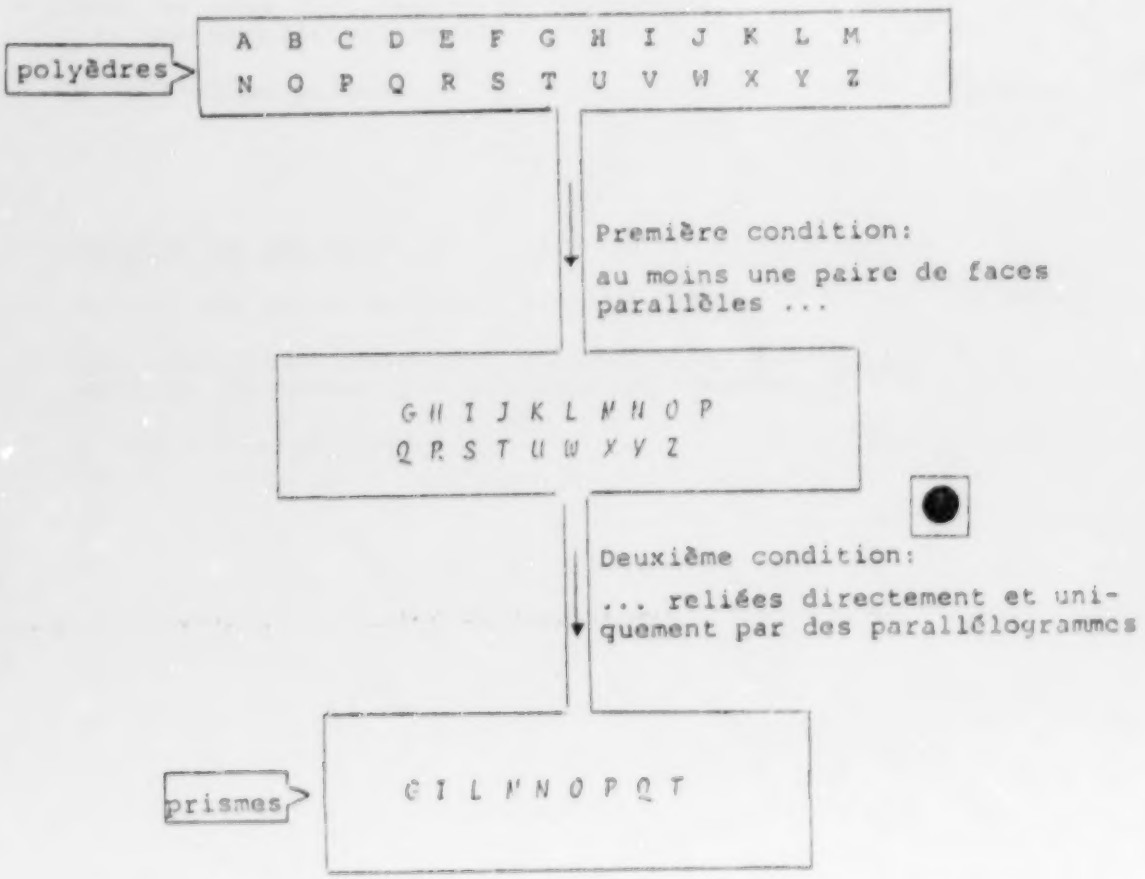
Un prisme est un polyèdre qui possède au moins une paire de faces parallèles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes.

"Bases" : faces parallèles d'un prisme.

"Faces latérales": faces qui relient les bases d'un prisme.

II Exercices

1- Examine chaque polyèdre et complète le diagramme suivant.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES FICHE 8

Ne présente aucune difficulté.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

2- Observe le polyèdre Y.

A-t-il une paire de faces parallèles?	oui ☑	non ☑
Ces deux faces sont-elles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes?	oui ☐	non ☑
Y est-il un prisme?	oui ☐	non ☑

3- Observe le polyèdre H.

A-t-il au moins une paire de faces parallèles?	oui ☑	non ☐
A-t-il une paire de faces parallèles qui sont reliées directement et uniquement par des parallélogrammes?	oui ☐	non ☑
H est-il un prisme?	oui ☐	non ☑

4- Observe le polyèdre G.

A-t-il une paire de faces parallèles?	oui ☑	non ☐
Ces deux faces sont-elles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes?	oui ☑	non ☐
G est-il un prisme?	oui ☑	non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES FICHE 8

Les questions *6 et *7 sont des exercices de fixation de la définition de PRISME.

La question *7 est un exercice d'abstraction qui présente une difficulté assez grande pour les enfants car ils ne font pas automatiquement la relation entre le nombre de côtés du polygone de base et le nombre de faces latérales d'un prisme. Il serait avantageux que le maître aide l'enfant à prendre conscience de cette relation.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 8 (suite et fin)

* 5- Quelle forme ont les faces de la ceinture d'un prisme?
Elles sont toutes des parallélogrammes.

* 6- Que peut-on dire des bases d'un prisme?
Elles sont parallèles entre elles.

* 7- Combien de faces possède un prisme dont les bases sont des hexagones? 8

8- Décris ce qu'est un prisme.
C'est un polyèdre qui possède au moins une paire de faces parallèles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES FICHE 9

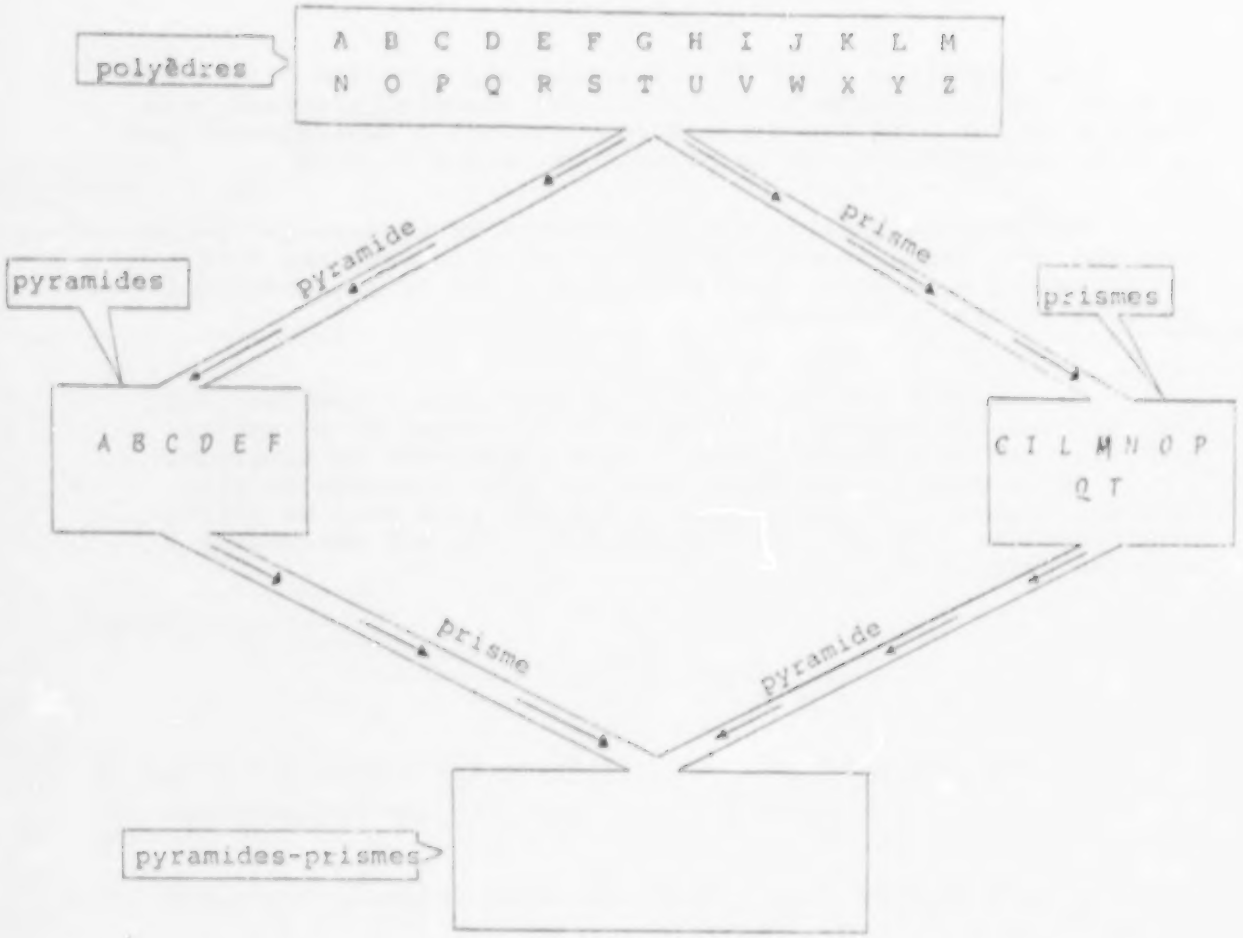
Les enfants ne sont pas nécessairement convaincus qu'il n'existe pas de prismes-pyramides.

Il est profitable de les amener à justifier la case vide du diagramme.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 9

1- Complète le diagramme suivant:



* 2- As-tu découvert des polyèdres qui sont à la fois des pyramides et des prismes? oui ☐ non ☑ . Crois-tu que cela existe? oui ☐ non ☑ .

Pourquoi? *Une pyramide n'a jamais de paire de faces parallèles. De plus, ses faces latérales ne sont jamais des parallélogrammes.*

* 3- Quels sont les polyèdres qui ne sont ni prismes, ni pyramides?

H J K R S U V W Y Y Z

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 3 COMMENTAIRES FICHE 10

Les questions *3 et *4 présentent une certaine difficulté au niveau de la logique car dans *3, par exemple, l'enfant doit extraire de son ensemble d'hexaèdres ceux qui n'apparaissent pas dans les pyramides ou qui ne peuvent descendre plus bas.

De même, la question *4 lui demande de trouver les polyèdres qui sont des prismes mais qui ne se retrouvent pas dans les pyramides ou encore, ceux des prismes qui ne se retrouvent pas dans la case inférieure.

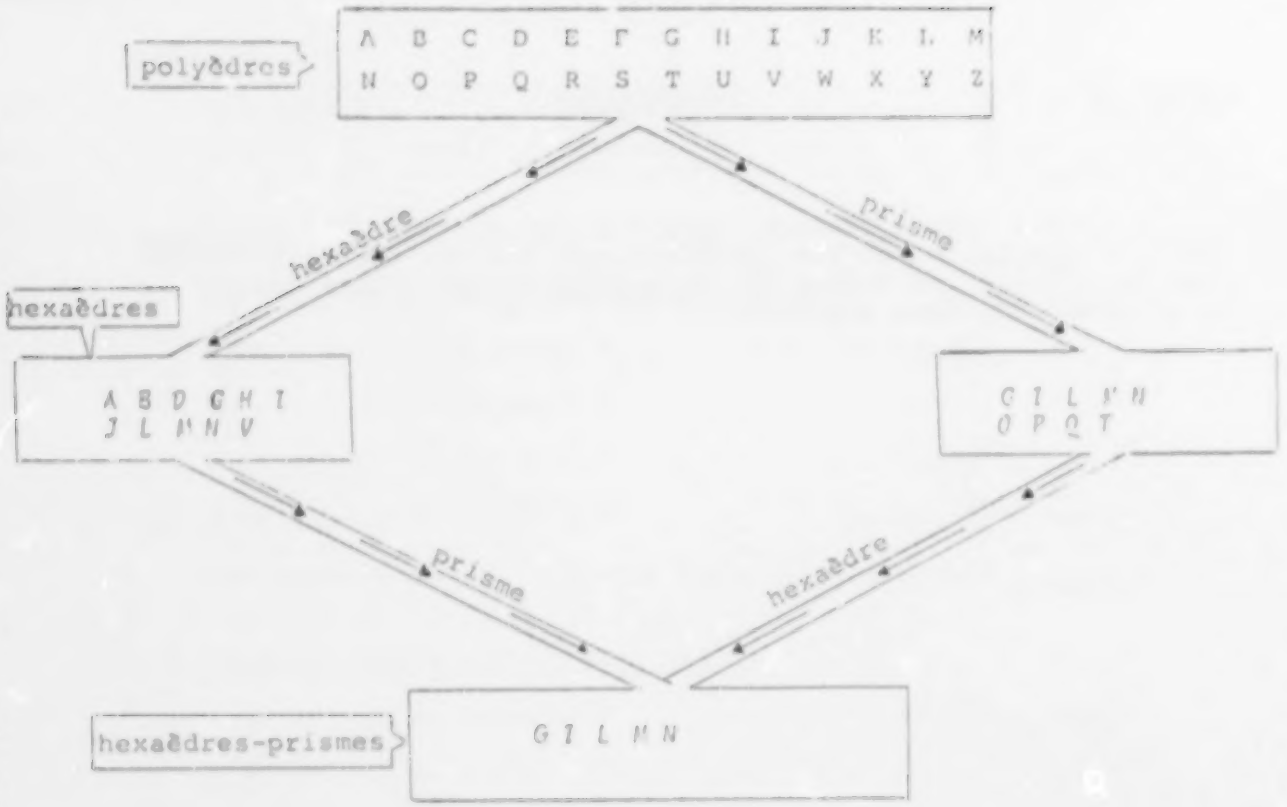
La question *5 est encore plus difficile. L'enfant doit réaliser que les polyèdres qui sont ni hexaèdres ni pyramides sont ceux qui sont restés dans la case supérieure du diagramme.

Cette question pourrait paraître plus complexe qu'elle ne l'est vraiment si les enfants n'ont pas pris soin de biffer ou d'encercler à mesure les lettres des blocs qui descendent à une case inférieure.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 10

1- Complète le diagramme suivant:



2- As-tu découvert des polyèdres qui sont à la fois des hexaèdres et des prismes? oui ☑ non ☐

* 3- Quels sont les polyèdres qui sont hexaèdres sans être prismes?

A B D H J V

* 4- Quels sont les polyèdres qui sont prismes sans être hexaèdres?

O P Q T

* 5- Quels sont les polyèdres qui sont ni hexaèdres, ni prismes?

C E F K R S U W X Y Z

6- Parmi les constructions que tu as eu à faire depuis le début, quelles sont celles qui sont des prismes?

2, 5

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 4 COMMENTAIRES FICHE 11

Il y a lieu d'insister pour que les enfants comptent le degré de chaque sommet des polyèdres car ils ont tôt fait d'attribuer le résultat du calcul du degré d'un sommet à tous les autres sommets du même polyèdre.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 11

I Explications

Le nombre d'arêtes qui se rencontrent en un sommet d'un polyèdre est appelé le "degré" du sommet.

II Exercices

1- Examine chaque sommet du polyèdre Z ,

y en a-t-il de degré 3 ? oui ☑ non ☐

y en a-t-il de degré 4 ? oui ☐ non ☑

y en a-t-il de degré 5 ? oui ☐ non ☑

y en a-t-il de degré 6 ? oui ☐ non ☑

Les sommets de Z sont-ils tous de même degré? *oui*

2- Examine chaque sommet du polyèdre Λ ,

y en a-t-il de degré 3 ? oui ☑ non ☐

y en a-t-il de degré 4 ? oui ☐ non ☑

y en a-t-il de degré 5 ? oui ☑ non ☐

y en a-t-il de degré 6 ? oui ☐ non ☑

Les sommets de Λ sont-ils tous de même degré? *non*

3- Examine chaque sommet du polyèdre R ,

y en a-t-il de degré 3 ? oui ☐ non ☑

y en a-t-il de degré 4 ? oui ☑ non ☐

y en a-t-il de degré 5 ? oui ☐ non ☑

y en a-t-il de degré 6 ? oui ☐ non ☑

Les sommets de R sont-ils tous de même degré? *oui*

4- Parmi les polyèdres que tu as construits, quels sont ceux dont tous les sommets ne sont pas de même degré? *3, 4*

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 4 COMMENTAIRES FICHE 12

Le maître pourra aider les enfants à trouver un moyen pratique de calculer la longueur des côtés ou la grandeur des angles d'une figure. L'usage du papier calque est recommandé.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 12

I Explications

Une face d'un polyèdre est dite régulière si tous ses côtés sont de même longueur et tous ses angles de même grandeur.

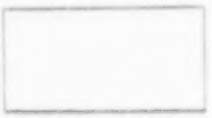
II Exercices

1- Voici quelques copies de faces de polyèdres. Détermine si ces faces sont régulières ou non.

a) les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☐ non ☑

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☐ non ☑

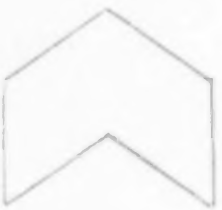
Cette face est-elle régulière?
oui ☐ non ☑



a) Les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☐ non ☑

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☑ non ☐

Cette face est-elle régulière?
oui ☐ non ☑



a) Les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☑ non ☐

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☐ non ☑

Cette face est-elle régulière?
oui ☐ non ☑

a) Les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☑ non ☐

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☑ non ☐

Cette face est-elle régulière?
oui ☑ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LEÇON 4 COMMENTAIRES FICHE 12

Les 3 blocs Y, X et B ne présentent pas de difficulté au niveau de la régularité faces.

N.B.

Lorsqu'un polyèdre possède des faces rectangulaires (Ex. P), les enfants (voire même les adultes!) ont tendance à croire qu'il se compose de faces régulières.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 12 (suite et fin)

2- Examine le polyèdre Y ,

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☑ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☑

3- Examine le polyèdre X ,

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☑ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☑ non ☐

4- Examine le polyèdre B ,

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☐ non ☑

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☑

5- Examine le polyèdre "3" (parmi ceux que tu as construits),

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☑ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☑ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 4 COMMENTAIRES FICHE 13

Ici comme pour la notion de PRISME , les enfants ont de la difficulté à conjoindre les deux propriétés constituantes d'un polyèdre semi-régulier:

1) tous les sommets de même degré;

et 2) toutes les faces sont régulières.

Pour répondre "oui" à la partie c) de chaque question, l'enfant doit avoir répondu

"oui" à la partie a)

et "oui" à la partie b).

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

I Explications

Un polyèdre est dit "semi-régulier" si tous ses sommets sont de même degré et si toutes ses faces sont régulières.

II Exercices

1- Examine le polyèdre E ,

a) est-ce que tous ses sommets sont de même degré? oui ☐ non ☑

b) est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☑ non ☐

c) est-ce que E est un polyèdre semi-régulier? oui ☐ non ☑

2- Examine le polyèdre H ,

a) est-ce que tous ses sommets sont de même degré? oui ☑ non ☐

b) est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☑

c) est-ce que H est un polyèdre semi-régulier? oui ☐ non ☑

3- Examine le polyèdre R ,

a) est-ce que tous ses sommets sont de même degré? oui ☑ non ☐

b) est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☑ non ☐

c) est-ce que R est un polyèdre semi-régulier? oui ☑ non ☐

4- Examine les cinq polyèdres que tu as construits,

le polyèdre 1 est-il un semi-régulier? oui ☑ non ☐

le polyèdre 2 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☑

le polyèdre 3 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☑

le polyèdre 4 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☑

le polyèdre 5 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☑

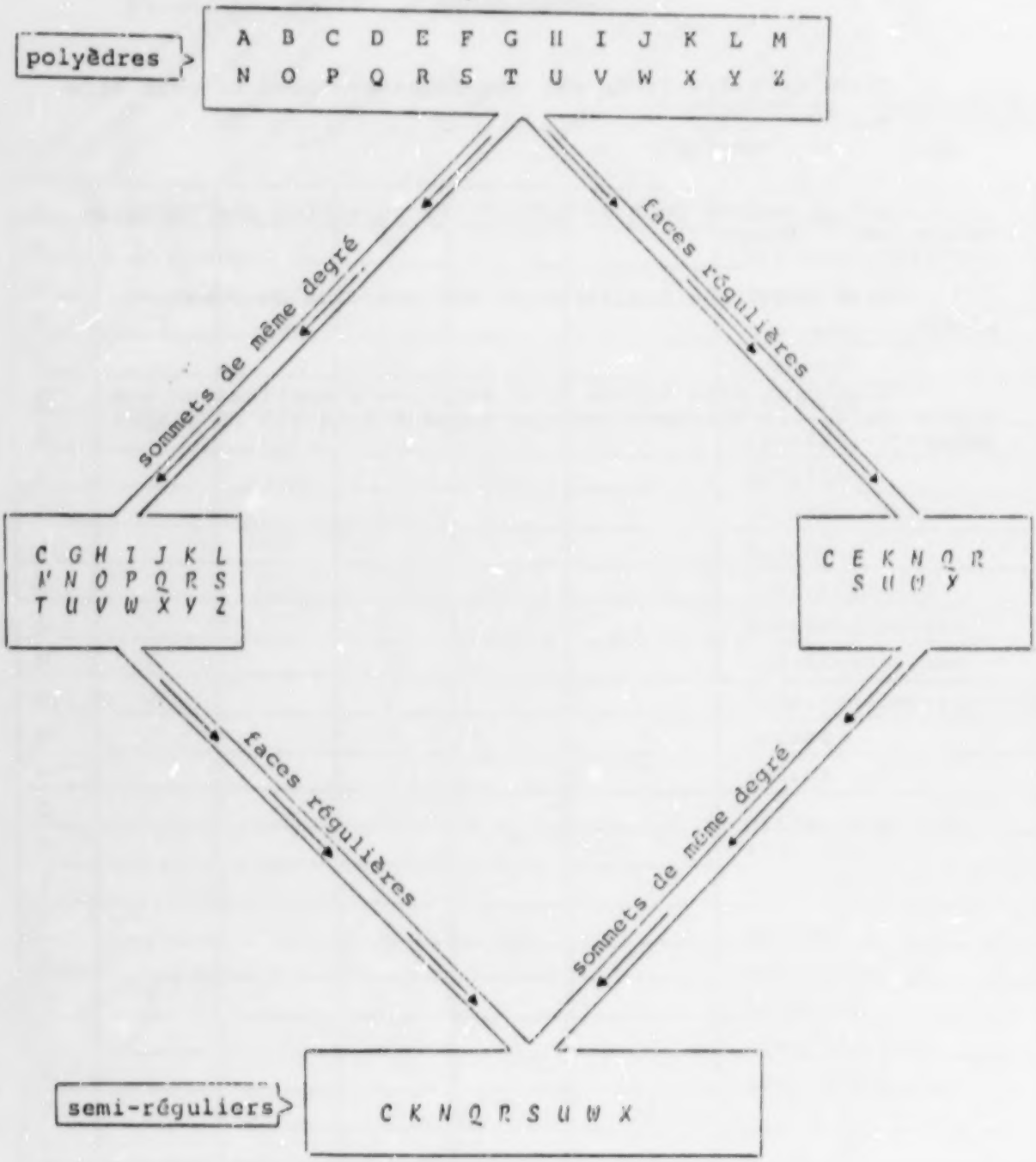
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

LECON 4 COMMENTAIRES FICHE 13 p. 24

La consigne donnée au-dessus du diagramme est importante à respecter pour éviter une perte de temps considérable à l'enfant. Le diaporama insiste d'ailleurs sur cette façon de procéder.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

4- Examine chaque polyèdre et vois s'il peut aller dans la case de gauche, dans la case de droite ou dans les deux à la fois.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

COMMENTAIRES FICHE 14 p. 25

Cette dernière fiche est une fiche-synthèse et peut être utilisée en "tout"

ou en "partie"

par le maître pour contrôler l'acquisition des connaissances par l'enfant.

Elle constitue également un bon exercice de vocabulaire.

Elle peut être suivie d'un exercice d'application aux objets de la vie courante tel que suggéré à la fin du diaporama.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

FICHE 14 RÉCAPITULATION 25

Complète ce tableau synthèse:

Lettre du polyèdre	Hexaèdre	Pyramide	Prisme	Semi-régulier	Ne fait partie d'aucun de ces sous-ensembles **	C'est donc dire que ce polyèdre est:
A	✓	✓				hexaèdre-pyramide
B	✓	✓				hexaèdre-pyramide
C		✓		✓		pyramide-semi-rég.
D	√	√				hexaèdre-pyramide
E		✓				pyramide
F		✓				pyramide
G	✓		✓			hexaèdre-pyramide
H	✓					hexaèdre
I	✓		✓			hexaèdre-prisme
J	✓					hexaèdre
K				✓		semi-régulier
L	✓		✓			hexaèdre-prisme
M	✓		✓			hexaèdre-prisme
N	✓		✓	✓		hexa.-prisme-semi-rég.
O			✓			prisme
P			✓			prisme
Q			✓	✓		prisme-semi-rég.
R				✓		semi-régulier
S			·	✓		semi-régulier
T			✓			prisme
U				✓		semi-régulier
V	✓					hexaèdre
W				✓		semi-régulier
X				✓		semi-régulier
Y					√	**
Z					✓	**

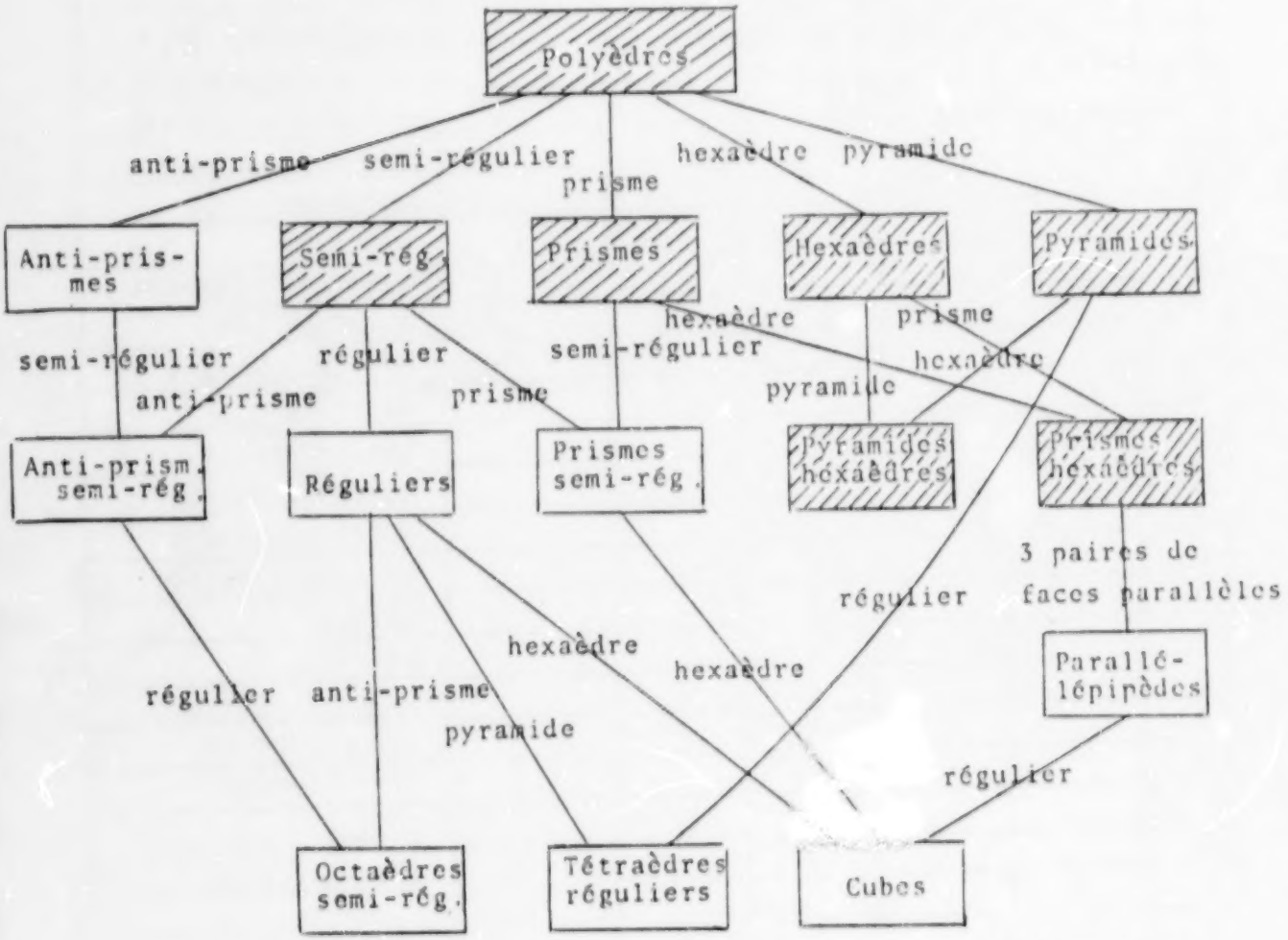
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

IV CONCLUSION

1.- Prolongements, suites

L'ensemble des 26 polyèdres a été conçu dans la perspective d'une structuration globale plus complexe dont voici la schématisation.

Schématisation (globale) de l'étude des polyèdres



Les cases hachurées du schéma dénotent les parties abordées dans le diaporama. Nous nous proposons de créer d'autres diaporamas par lesquels nous raffinerons davantage les polyèdres selon cette structuration. Nous avons déjà réalisé un diaporama sur les hexaèdres de la Famille du Cube. Il a également été conçu pour des élèves de 5e ou 6e année.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

2.- Suggestions

Après avoir utilisé le diaporama Polyèdres pour vous-même ou avec un groupe d'enfants, nous apprécierions beaucoup, en guise de contribution à la cause de la Recherche en Enseignement, que vous nous fassiez parvenir vos commentaires ou suggestions.

Ces remarques nous seraient très précieuses dans la poursuite de nos travaux et contribueraient, par ricochet, à l'amélioration de l'enseignement à l'élémentaire.

3.- Informations supplémentaires

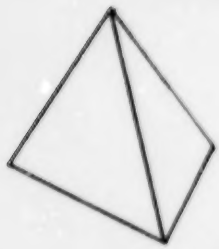
Si vous désirez aide ou informations supplémentaires pour utiliser de façon profitable le diaporama Polyèdres, n'hésitez pas à vous adresser aux membres de l'Equipe de la section Enseignement du Département de mathématiques de l'Université de Sherbrooke.

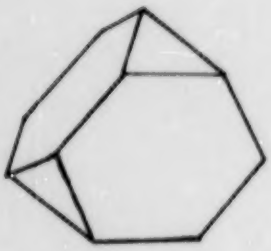
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

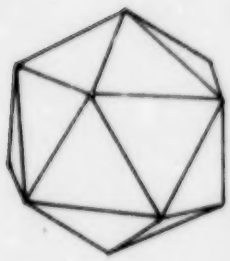
CAHIER

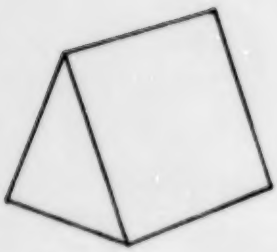
DE

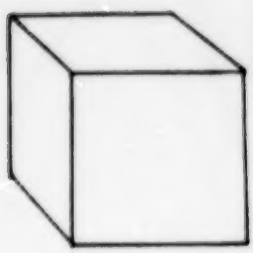
FICHES











C A H I E R D E F I C H E S

accompagnant le diaporama

POLYÈDRES

réalisé par: H. Allard
C. Goupille
P. Allard

sous la direction de D. Lunkenbein

Section Enseignement
Département de mathématiques
Faculté des sciences
Université de Sherbrooke

Février 1979

Projet de recherche subventionné
par le programme F.C.A.C.
du Ministère de l'Éducation du Québec

QUESTIONNAIRE A

Voici un ensemble de blocs construits en carton et identifiés par les lettres de l'alphabet.

Pour te familiariser avec cet ensemble de blocs, réponds aux questions qui suivent.

QUESTION I

Observe tous tes blocs. Parmi eux, y en a-t-il qui te font penser à des objets connus? Saurais-tu leur donner un nom?

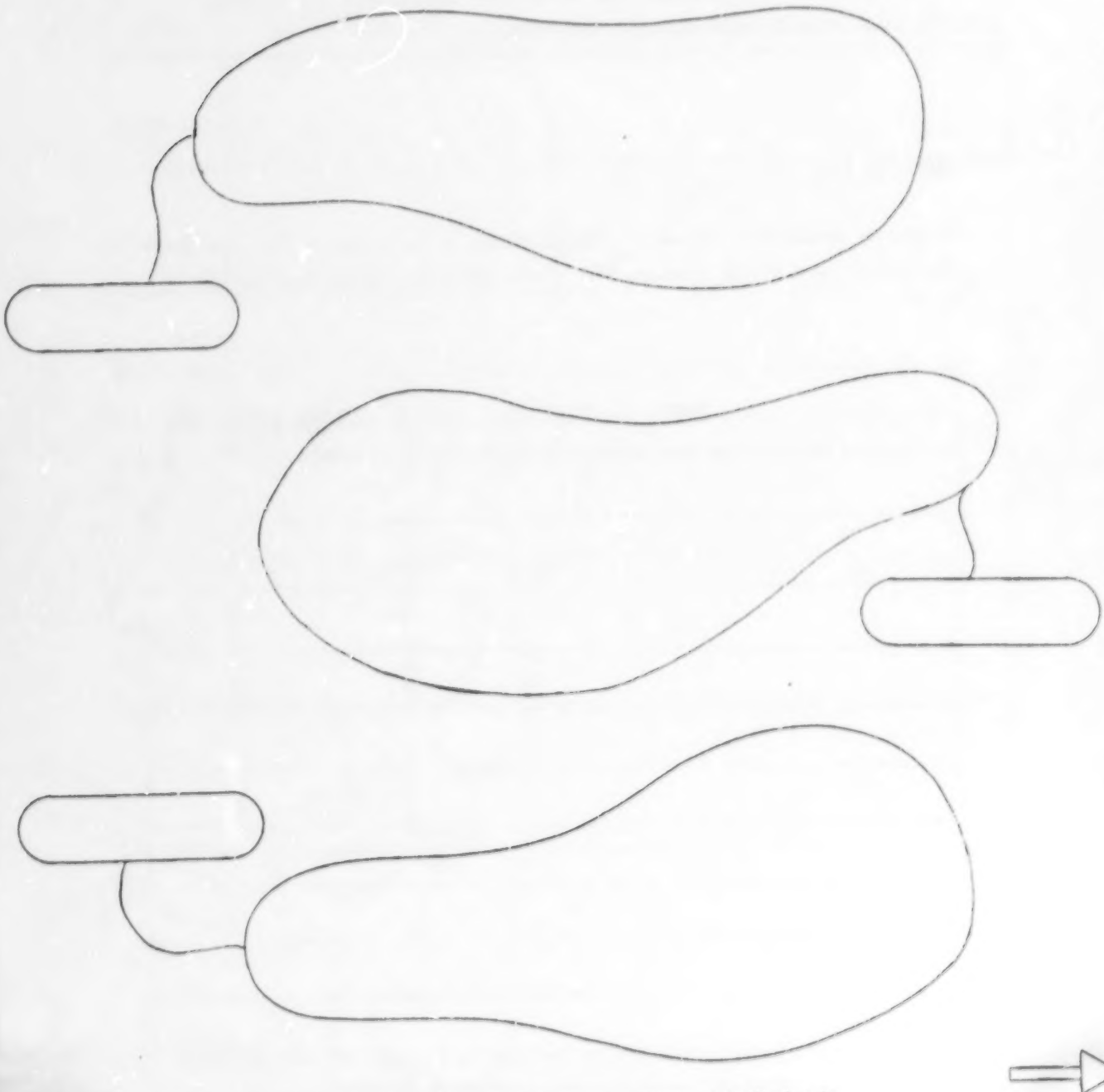
NOM	LETTRE DU BLOC

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

QUESTION II

Mets ensemble les blocs qui te paraissent se ressembler.

Ecris leur lettre dans une patate et, dans l'étiquette, écris pourquoi ces blocs vont ensemble.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

QUESTION III

Prends les blocs que nous te suggé ons et trouve ce qu'ils ont de pareil puis ce qu'ils ont de différent.

BLOCS	CE QU'ILS ONT DE PAREIL	CE QU'ILS ONT DE PAS PAREIL
B et D		
D et T		
C et S		
N et I		
E et A		
F et E		

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

QUESTION IV

Si tu en as le goût, fais le dessin de quelques blocs de ton choix.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1

FICHE 1

I Explications

1- Les parties planes de la surface de tes blocs s'appellent "faces".

2- Ces blocs entièrement constitués de faces, font partie de la famille des "polyèdres".

3- Un polyèdre à quatre (4) faces s'appelle un "tétraèdre".
Un polyèdre à cinq (5) faces s'appelle un "pentaèdre".
Un polyèdre à six (6) faces s'appelle un "hexaèdre".
Un polyèdre à huit (8) faces s'appelle un "octaèdre".
Un polyèdre à douze (12) faces s'appelle un "dodécaèdre".
Un polyèdre à vingt (20) faces s'appelle un "icosaèdre".

4- Origine des mots

Poly	vient du mot grec	"polus"	qui veut dire "nombreux".
Edra	vient du mot grec	"edros"	qui veut dire "base".
Tetra	vient du mot grec	"tetra"	qui veut dire "quatre".
Penta	vient du mot grec	"pente"	qui veut dire "cinq".
Hexa	vient du mot grec	"hexa"	qui veut dire "six".
Octa	vient du mot latin	"octo"	qui veut dire "huit".
Dodéca	vient du mot grec	"dodeka"	qui veut dire "douze".
Icosa	vient du mot grec	"eikosi"	qui veut dire "vingt".

tourne la page

© Section Freinement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 1 (suite)

II Exercices

1- Examine les polyèdres mentionnés ci-dessous et compte le nombre de faces que chacun possède. Inscris ce nombre ainsi que le nom du polyèdre dans le tableau.

Le polyèdre C possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre O possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre F possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre H possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre U possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre T possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre R possède ☐ faces, c'est un _____

Le polyèdre Q possède ☐ faces, c'est un _____

2- Quel nom donnerais-tu au polyèdre que tu as construit?
_____ Pourquoi? _____

3- Décris ce qu'est un polyèdre.
_____
_____

* 4- Tout hexaèdre est un polyèdre. vrai ☐ faux ☐

Tout polyèdre est un tétraèdre. vrai ☐ faux ☐

Remets l'appareil en marche et poursuis. →

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1

FICHE 2

I Explications

1- *Deux faces d'un polyèdre peuvent se rencontrer en une ligne.*

2- *Cette ligne où deux faces se rencontrent s'appelle "arête".*

II Exercices

1- Le polyèdre E possède ☐ arêtes.

Le polyèdre A possède ☐ arêtes.

Le polyèdre S possède ☐ arêtes.

Le polyèdre C possède ☐ arêtes.

2- Qu'est-ce qu'une arête?

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 3

I Explications

Lorsque des arêtes se rencontrent dans un polyèdre, ce point de rencontre s'appelle "sommet".

II Exercices

1- Le polyèdre A possède ☐ sommets.

Certains de ses sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes ☐ , 3 arêtes ☐ , 4 arêtes ☐ , 5 arêtes ☐

2- Le polyèdre Y possède ☐ sommets.

Certains de ses sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes ☐ , 3 arêtes ☐ , 4 arêtes ☐ , 5 arêtes ☐

3- Dans le polyèdre U , certains sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes ☐ , 3 arêtes ☐ , 4 arêtes ☐ , 5 arêtes ☐

4- Dans le polyèdre E , certains sommets sont le point de rencontre de:

2 arêtes ☐ , 3 arêtes ☐ , 4 arêtes ☐ , 5 arêtes ☐

* 5- Chaque sommet d'un polyèdre est le point de rencontre d'au moins ☐ arêtes.

* 6- Peux-tu imaginer un ou des polyèdres ayant comme sommet(s) le point de rencontre de plus de cinq arêtes? _____

7- Qu'est-ce qu'un sommet?

_____

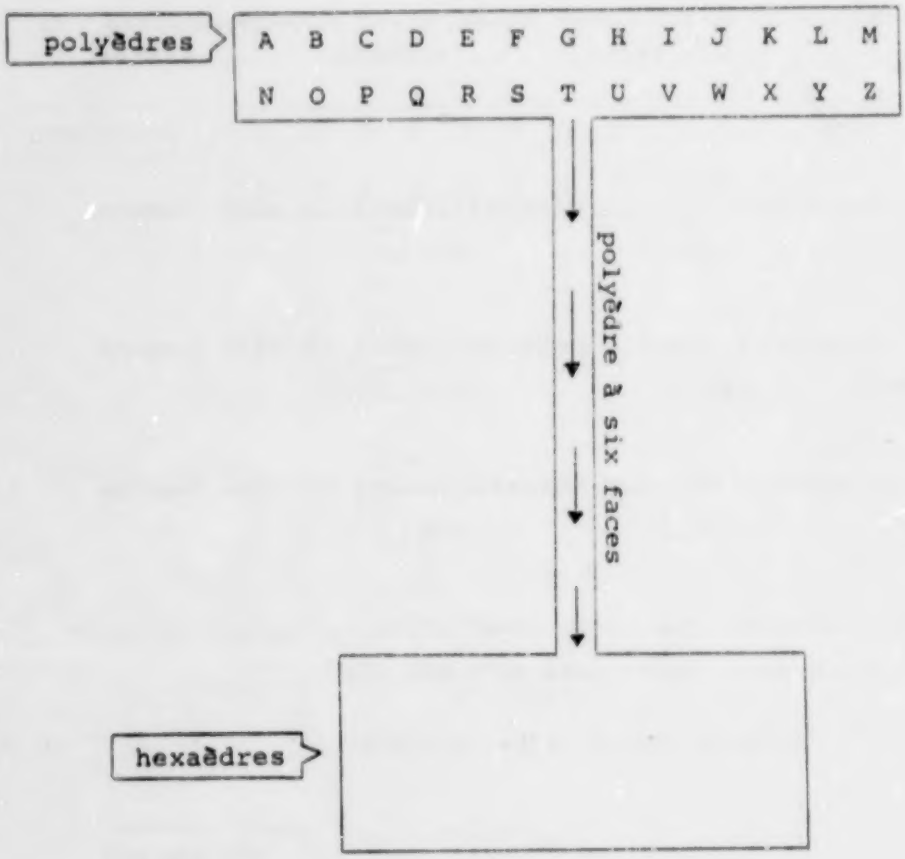
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 4

I Explications

Un polyèdre à six (6) faces est un "hexaèdre".

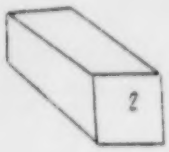
II Exercices



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 1 FICHE 5

1- Compare le nombre de sommets et d'arêtes des deux hexaèdres que tu viens de construire.



☐ 6 faces, ☐ sommets, ☐ arêtes

☐ 6 faces, ☐ sommets, ☐ arêtes

2- Tous les hexaèdres ont-ils nécessairement le même nombre de faces? oui ☐ non ☐

3- Tous les hexaèdres ont-ils nécessairement le même nombre de sommets? oui ☐ non ☐

4- Tous les hexaèdres ont-ils nécessairement le même nombre d'arêtes? oui ☐ non ☐

5- Parmi les hexaèdres que tu as identifiés, y en a-t-il un qui t'est plus familier? Quel est son nom? _____

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

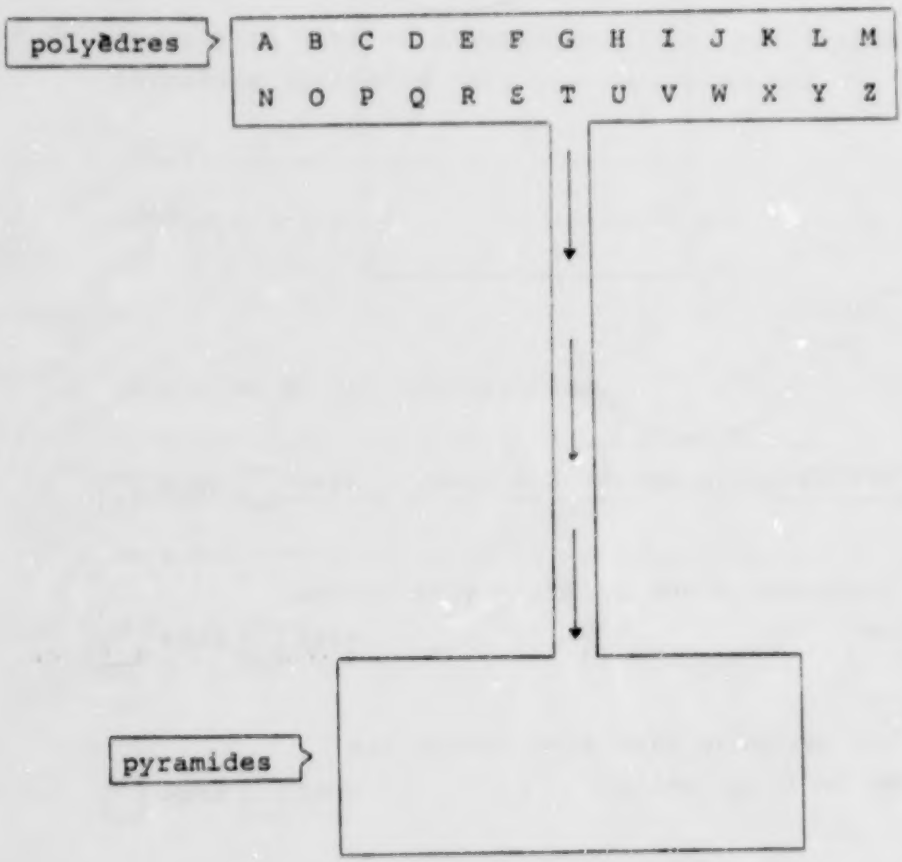
Leçon 2 FICHE 6

I Explication

Une "pyramide" est un polyèdre ayant comme base un polygone quelconque et des faces latérales triangulaires qui se touchent toutes en un sommet appelé apex.

II Exercices

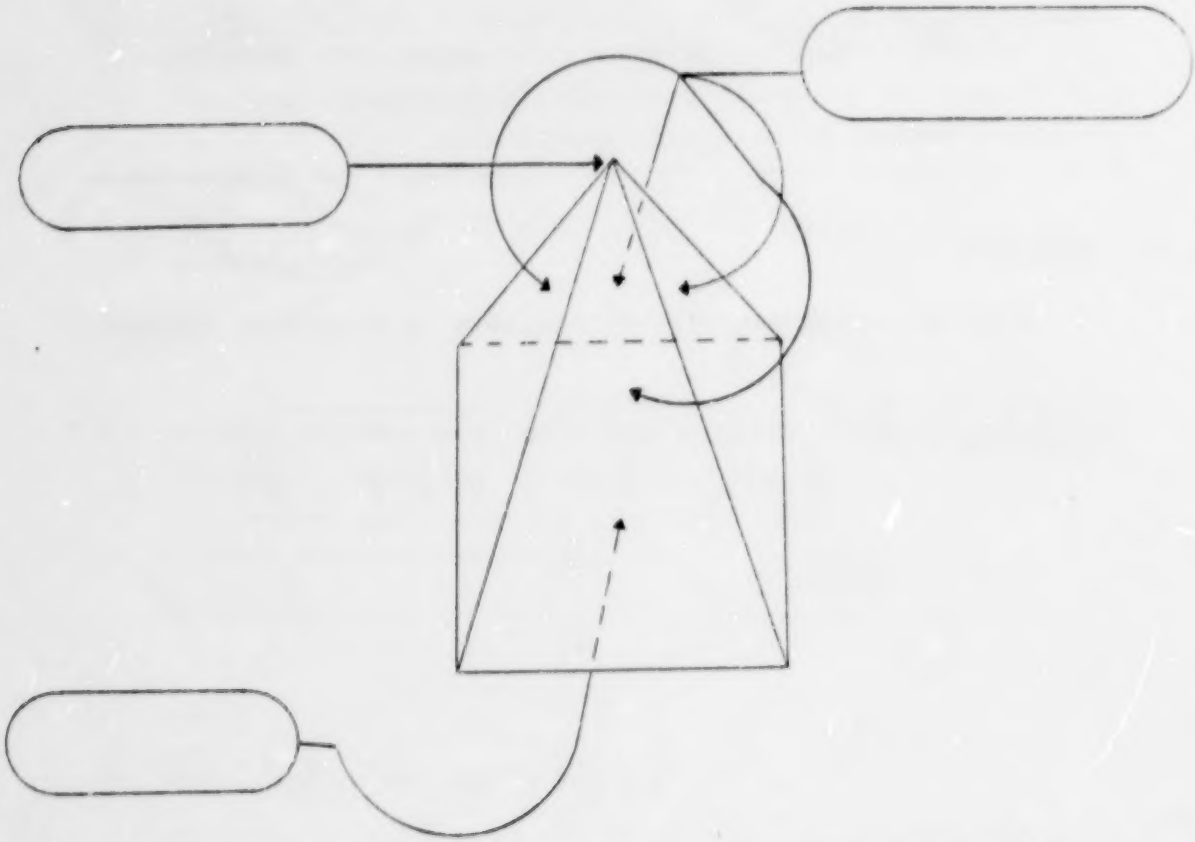
1- Examine chaque polyèdre et complète le diagramme suivant.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 2 FICHE 6 (suite)

2- Indique les parties d'une pyramide.



3- La base d'une pyramide touche à l'apex. vrai ☐ faux ☐

Les faces latérales d'une pyramide sont toutes des triangles. vrai ☐ faux ☐

La base d'une pyramide rencontre toutes les autres faces de la pyramide. vrai ☐ faux ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 2 FICHE 6 (suite et fin)

* 4- Si une pyramide a un pentagone comme base, combien cette pyramide comporte-t-elle de faces en tout? ☐

* 5- Combien de faces latérales comporte une pyramide qui est un octaèdre? ☐

* 6- Lorsque tu essaies d'appliquer la notion d'apex au tétraèdre (polyèdre c), que remarques-tu?

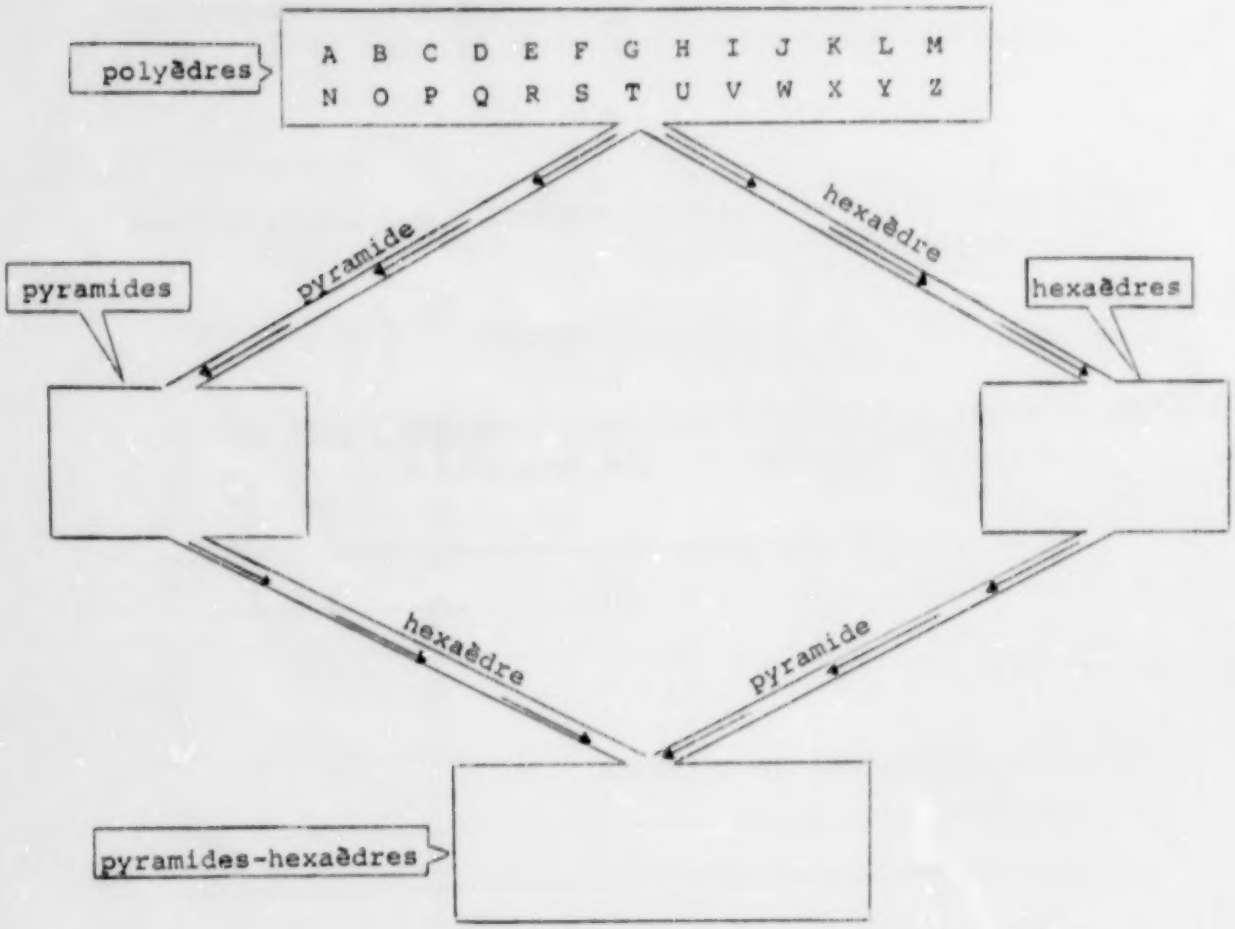
7- Décris ce qu'est une pyramide.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 2

FICHE 7

1- Complète le diagramme suivant:



* 2- Quels sont les polyèdres qui sont des hexaèdres non-pyramides?

* 3- Quels sont les polyèdres qui sont des pyramides non-hexaèdres?

* 4- Quels sont les polyèdres qui sont ni pyramides, ni hexaèdres?

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3

PREMIERE FICHE D'INTRODUCTION

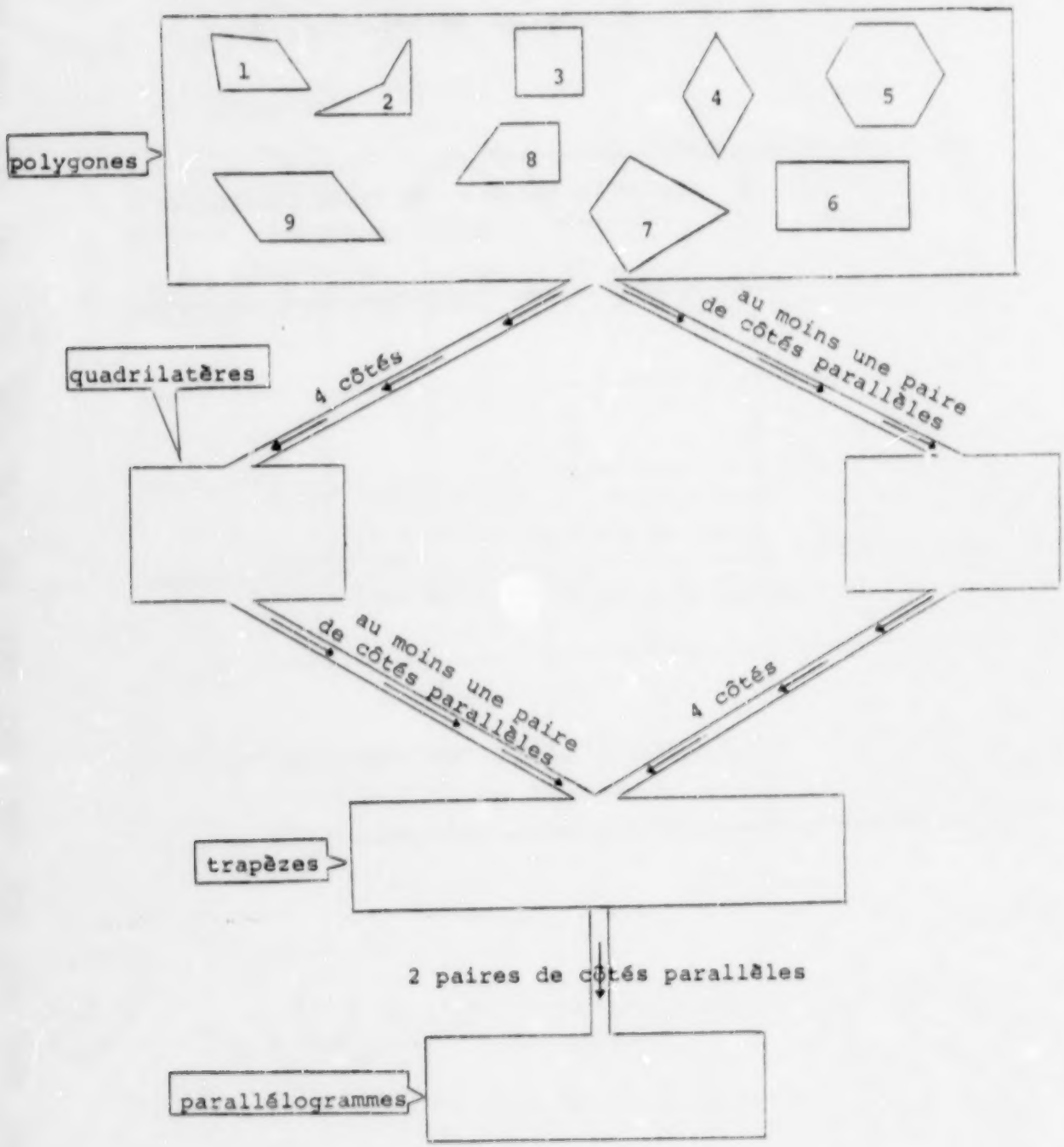
Indique par un $\surd$ dans chaque colonne, le nombre de paire(s) de faces parallèles que possède chaque polyèdre suggéré.

Polyèdre	Nombre de paire(s) de faces parallèles				
	0	1	2	3	plus que 3
A					
H					
N					
K					
O					
Y					

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3

DEUXIEME FICHE D'INTRODUCTION



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 TROISIEME FICHE D'INTRODUCTION

I Explications

Un parallélogramme est un quadrilatère ayant deux (2) paires de côtés parallèles.

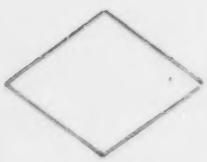
II Exercices

1- Voici la copie de certaines faces de tes polyèdres.
Détermine si ces faces sont des parallélogrammes.

Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☐ non ☐
A-t-elle 2 paires de côtés parallèles? oui ☐ non ☐
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☐

Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☐ non ☐
A-t-elle au moins 2 paires de côtés parallèles? oui ☐ non ☐
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☐

Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☐ non ☐
A-t-elle 2 paires de côtés parallèles? oui ☐ non ☐
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☐



Cette face est-elle un quadrilatère? oui ☐ non ☐
A-t-elle deux paires de côtés parallèles? oui ☐ non ☐
Cette face est-elle un parallélogramme? oui ☐ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 TROISIEME FICHE D'INTRODUCTION (suite et fin).

* 2- Un carré est-il toujours un parallélogramme? oui ☐ non ☐

* 3- Un rectangle est-il toujours un parallélogramme? oui ☐ non ☐

* 4- Un parallélogramme est-il toujours un carré? oui ☐ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 8

I Explications

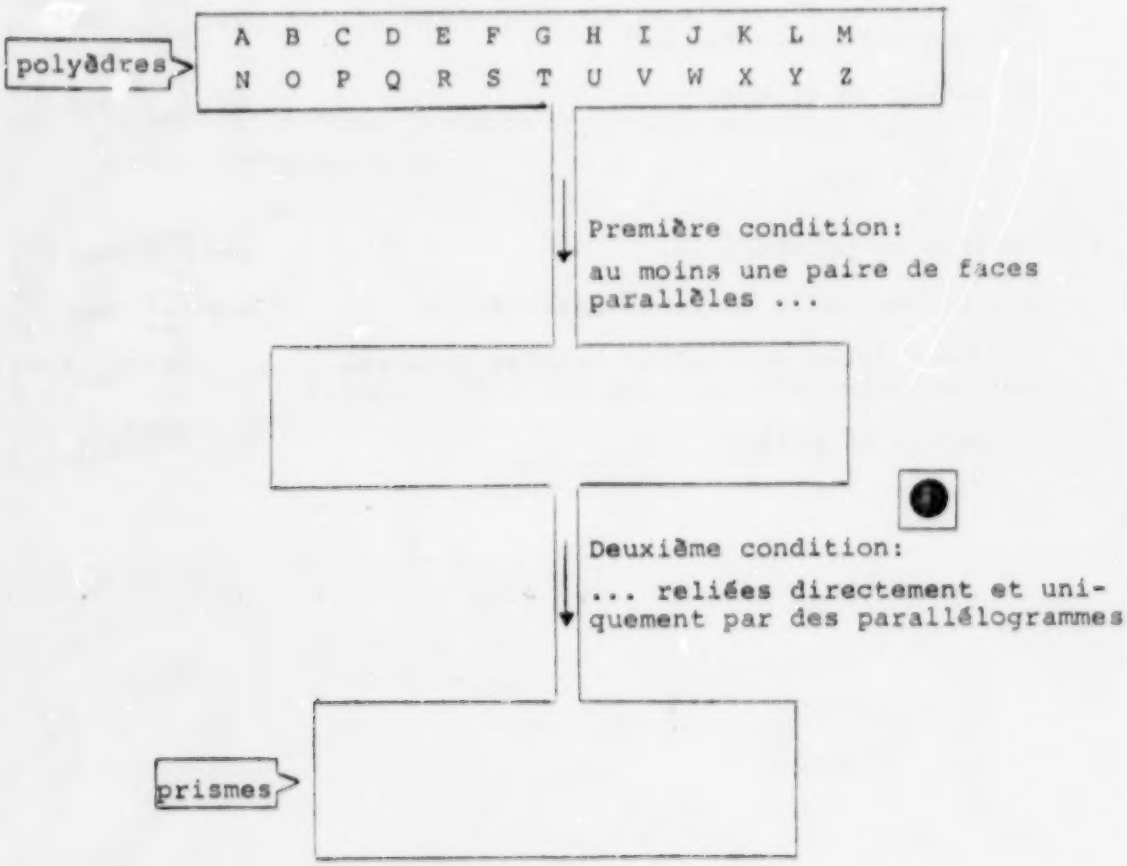
Un prisme est un polyèdre qui possède au moins une paire de faces parallèles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes.

"Bases" : *faces parallèles d'un prisme.*

"Faces latérales": *faces qui relient les bases d'un prisme.*

II Exercices

1- Examine chaque polyèdre et complète le diagramme suivant.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 8 (suite)

2- Observe le polyèdre Y.

A-t-il une paire de faces parallèles? oui ☐ non ☐

Ces deux faces sont-elles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes? oui ☐ non ☐

Y est-il un prisme? oui ☐ non ☐

3- Observe le polyèdre H.

A-t-il au moins une paire de faces parallèles? oui ☐ non ☐

A-t-il une paire de faces parallèles qui sont reliées directement et uniquement par des parallélogrammes? oui ☐ non ☐

H est-il un prisme? oui ☐ non ☐

4- Observe le polyèdre G.

A-t-il une paire de faces parallèles? oui ☐ non ☐

Ces deux faces sont-elles reliées directement et uniquement par des parallélogrammes? oui ☐ non ☐

G est-il un prisme? oui ☐ non ☐

© Sectim Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 8 (suite et fin)

* 5- Quelle forme ont les faces de la ceinture d'un prisme?

---

* 6- Que peut-on dire des bases d'un prisme?

---

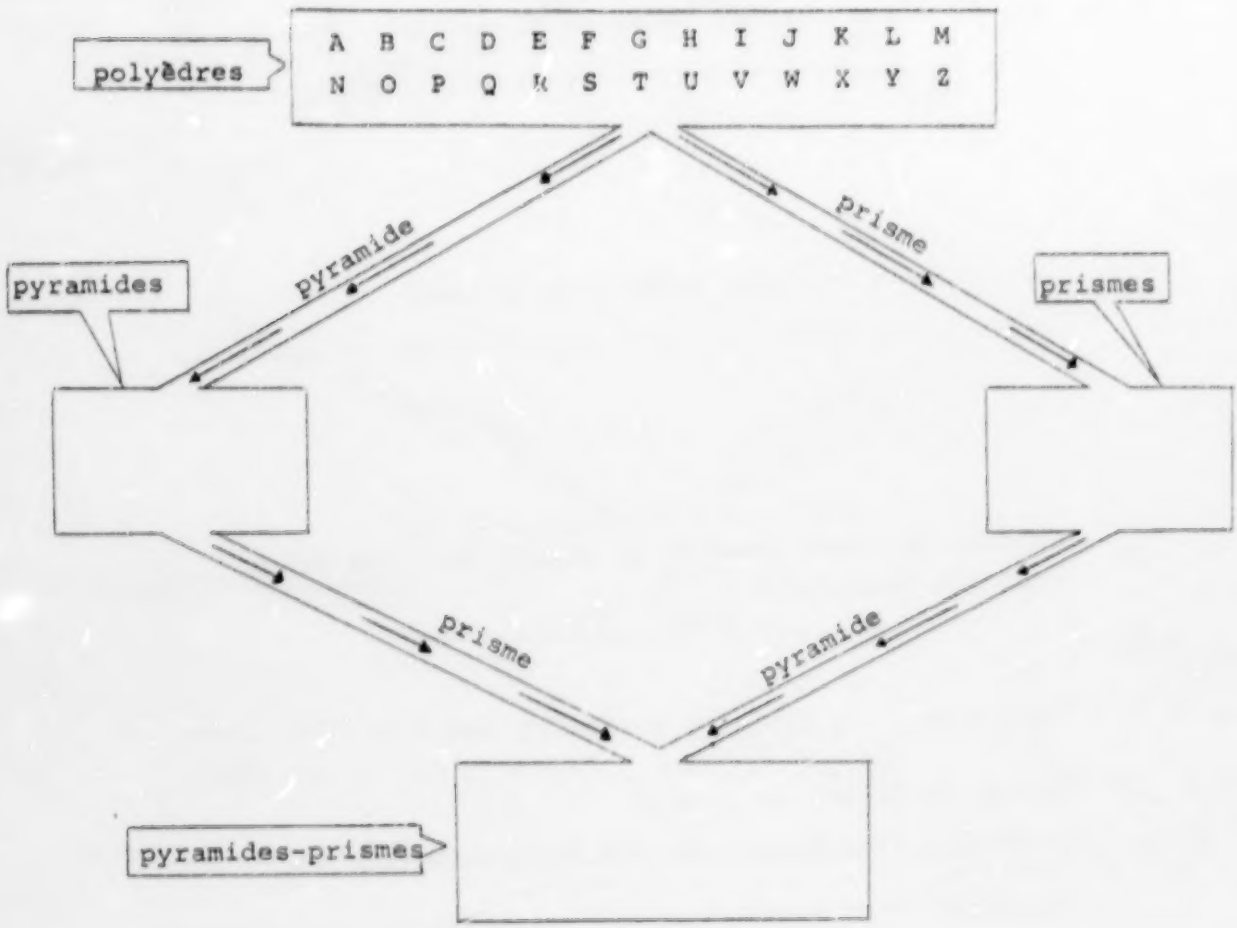
* 7- Combien de faces possède un prisme dont les bases sont des hexagones? ☐

8- Décris ce qu'est un prisme.

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 9

1- Complète le diagramme suivant:



* 2- As-tu découvert des polyèdres qui sont à la fois des pyramides et des prismes? oui ☐ non ☐ . Crois-tu que cela existe? oui ☐ non ☐ .

Pourquoi? _____

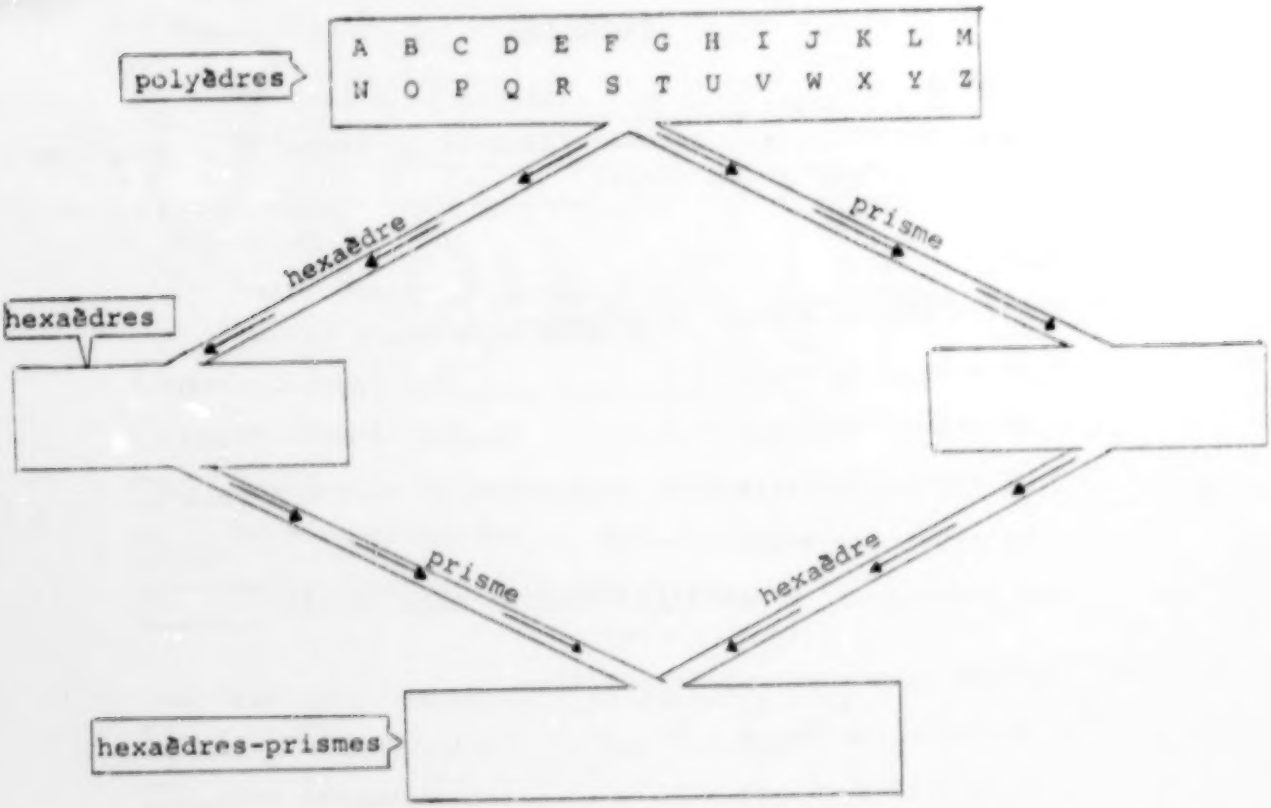
_____

* 3- Quels sont les polyèdres qui ne sont ni prismes, ni pyramides?

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 3 FICHE 10

1- Complète le diagramme suivant:



2- As-tu découvert des polyèdres qui sont à la fois des hexaèdres et des prismes? oui ☐ non ☐

• 3- Quels sont les polyèdres qui sont hexaèdres sans être prismes?

• 4- Quels sont les polyèdres qui sont prismes sans être hexaèdres?

• 5- Quels sont les polyèdres qui sont ni hexaèdres, ni prismes?

6- Parmi les constructions que tu as eu à faire depuis le début, quelles sont celles qui sont des prismes?

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 11

I Explications

Le nombre d'arêtes qui se rencontrent en un sommet d'un polyèdre est appelé le "degré" du sommet.

II Exercices

1- Examine chaque sommet du polyèdre Z ,

y en a-t-il de degré 3 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 4 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 5 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 6 ? oui ☐ non ☐

Les sommets de Z sont-ils tous de même degré? ☐

2- Examine chaque sommet du polyèdre A ,

y en a-t-il de degré 3 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 4 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 5 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 6 ? oui ☐ non ☐

Les sommets de A sont-ils tous de même degré? ☐

3- Examine chaque sommet du polyèdre R ,

y en a-t-il de degré 3 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 4 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 5 ? oui ☐ non ☐

y en a-t-il de degré 6 ? oui ☐ non ☐

Les sommets de R sont-ils tous de même degré? ☐

4- Parmi les polyèdres que tu as construits, quels sont ceux dont tous les sommets ne sont pas de même degré? ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 12

I Explications

Une face d'un polyèdre est dite régulière si tous ses côtés sont de même longueur et tous ses angles de même grandeur.

II Exercices

1- Voici quelques copies de faces de polyèdres. Détermine si ces faces sont régulières ou non.

a) les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☐ non ☐

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☐ non ☐

Cette face est-elle régulière? oui ☐ non ☐

a) Les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☐ non ☐

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☐ non ☐

Cette face est-elle régulière? oui ☐ non ☐

a) Les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☐ non ☐

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☐ non ☐

Cette face est-elle régulière? oui ☐ non ☐

a) Les côtés de cette face sont-ils tous de même longueur? oui ☐ non ☐

b) Les angles de cette face sont-ils tous de même grandeur? oui ☐ non ☐

Cette face est-elle régulière? oui ☐ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 12 (suite et fin)

2- Examine le polyèdre Y ,

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☐ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

3- Examine le polyèdre X ,

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☐ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

4- Examine le polyèdre B ,

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☐ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

5- Examine le polyèdre "3" (parmi ceux que tu as construits),

est-ce qu'il possède des faces régulières? oui ☐ non ☐

est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 13

I Explications

Un polyèdre est dit "semi-régulier" si tous ses sommets sont de même degré et si toutes ses faces sont régulières.

II Exercices

1- Examine le polyèdre E ,

a) est-ce que tous ses sommets sont de même degré? oui ☐ non ☐

b) est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

c) est-ce que E est un polyèdre semi-régulier? oui ☐ non ☐

2- Examine le polyèdre H ,

a) est-ce que tous ses sommets sont de même degré? oui ☐ non ☐

b) est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

c) est-ce que H est un polyèdre semi-régulier? oui ☐ non ☐

3- Examine le polyèdre R ,

a) est-ce que tous ses sommets sont de même degré? oui ☐ non ☐

b) est-ce que toutes ses faces sont régulières? oui ☐ non ☐

c) est-ce que R est un polyèdre semi-régulier? oui ☐ non ☐

4- Examine les cinq polyèdres que tu as construits,

le polyèdre 1 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☐

le polyèdre 2 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☐

le polyèdre 3 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☐

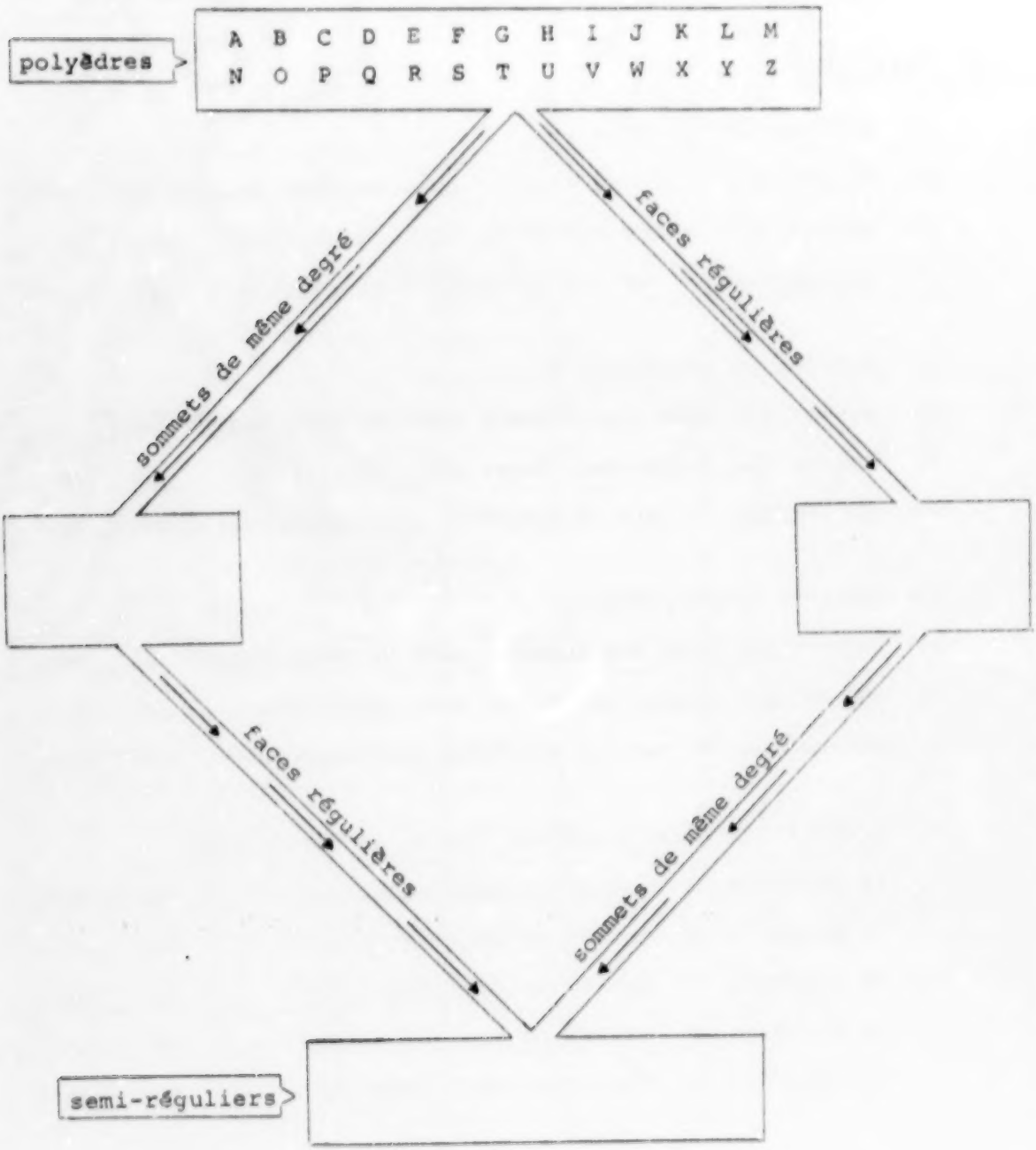
le polyèdre 4 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☐

le polyèdre 5 est-il un semi-régulier? oui ☐ non ☐

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

Leçon 4 FICHE 13 (suite et fin)

4- Examine chaque polyèdre et vois s'il peut aller dans la case de gauche, dans la case de droite ou dars les deux à la fois.



© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

FICHE 14 RECAPITULATION

Complète ce tableau synthèse:

Lettre du polyèdre	Hexaèdre	Pyramide	Prisme	Semi-régulier	Ne fait partie d'aucun de ces sous-ensembles **	C'est donc dire que ce polyèdre est:
A						
B						
C						
D	√	√				hexaèdre-pyramide
E						
F						
G						
H						
I						
J						
K						
L						
M						
N						
O						
P						
Q						
R						
S						
T						
U						
V						
W						
X						
Y					√	**
Z						

© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

QUESTIONNAIRE B

Voici un ensemble de blocs construits en carton et identifiés par les lettres de l'alphabet.

Pour te familiariser avec cet ensemble de blocs, réponds aux questions qui suivent.

QUESTION I: Discrimination globale

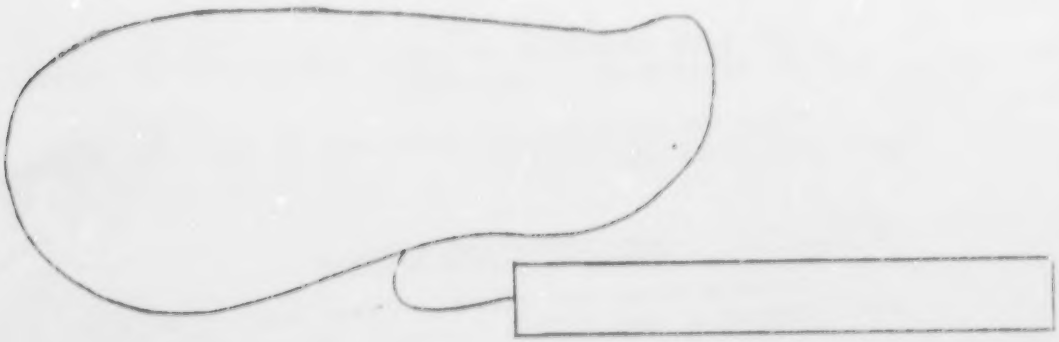
Observe tous tes blocs. Parmi eux, y en a-t-il qui te font penser à des objets connus? Donne-leur un nom.

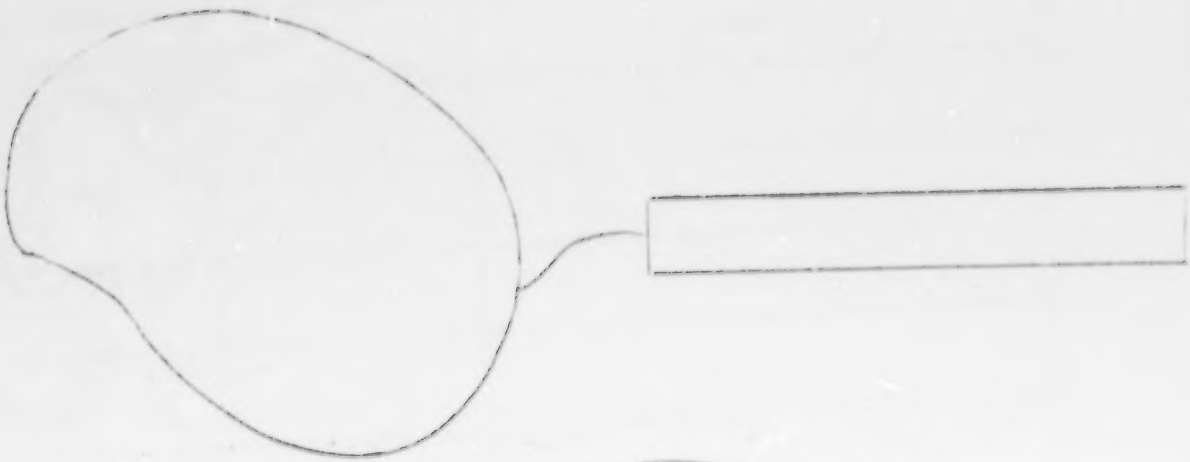
NOM	Lettre du bloc

QUESTION II: Formation de sous-ensembles

Mets ensemble les blocs qui te paraissent se ressembler.

Ecris leur lettre dans une patate et, dans l'étiquette, écris pourquoi ces blocs vont ensemble.





Fais autant d'ensembles que tu peux.

QUESTION III:

Y a-t-il des blocs que tu ne connais pas du tout? Si oui, inscris la lettre de ces blocs dans l'espace ci-après:

QUESTION IV:

Essaie de trouver une ou plusieurs propriétés communes à tous ces blocs que tu as devant toi.

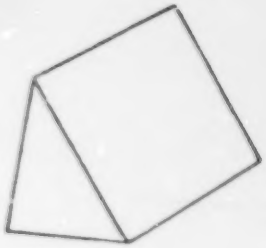
QUESTION V: Comparaison de deux blocs à la fois

Dans le tableau qui suit, considère les blocs que nous te présentons et trouve ce qu'ils ont de pareil et ce qu'ils ont de différent.

BLOCS	CE QU'ILS ONT DE PAREIL	CE QU'ILS ONT DE PAS PAREIL
B et D		
G et N		
P et T		
A et F		
A et P		
P et H		
F et H		
N et C		
O et P		

QUESTION VI:

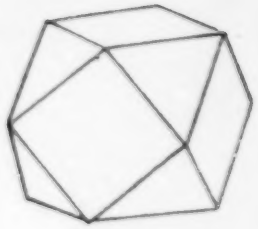
Si tu en as le goût, fais le dessin de quelques blocs de ton choix.

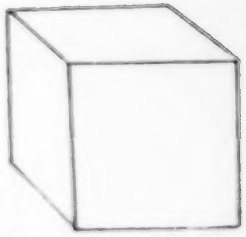


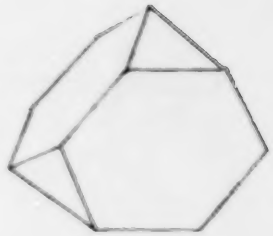
CAHIER

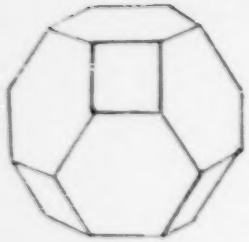
DE

CONSTRUCTION



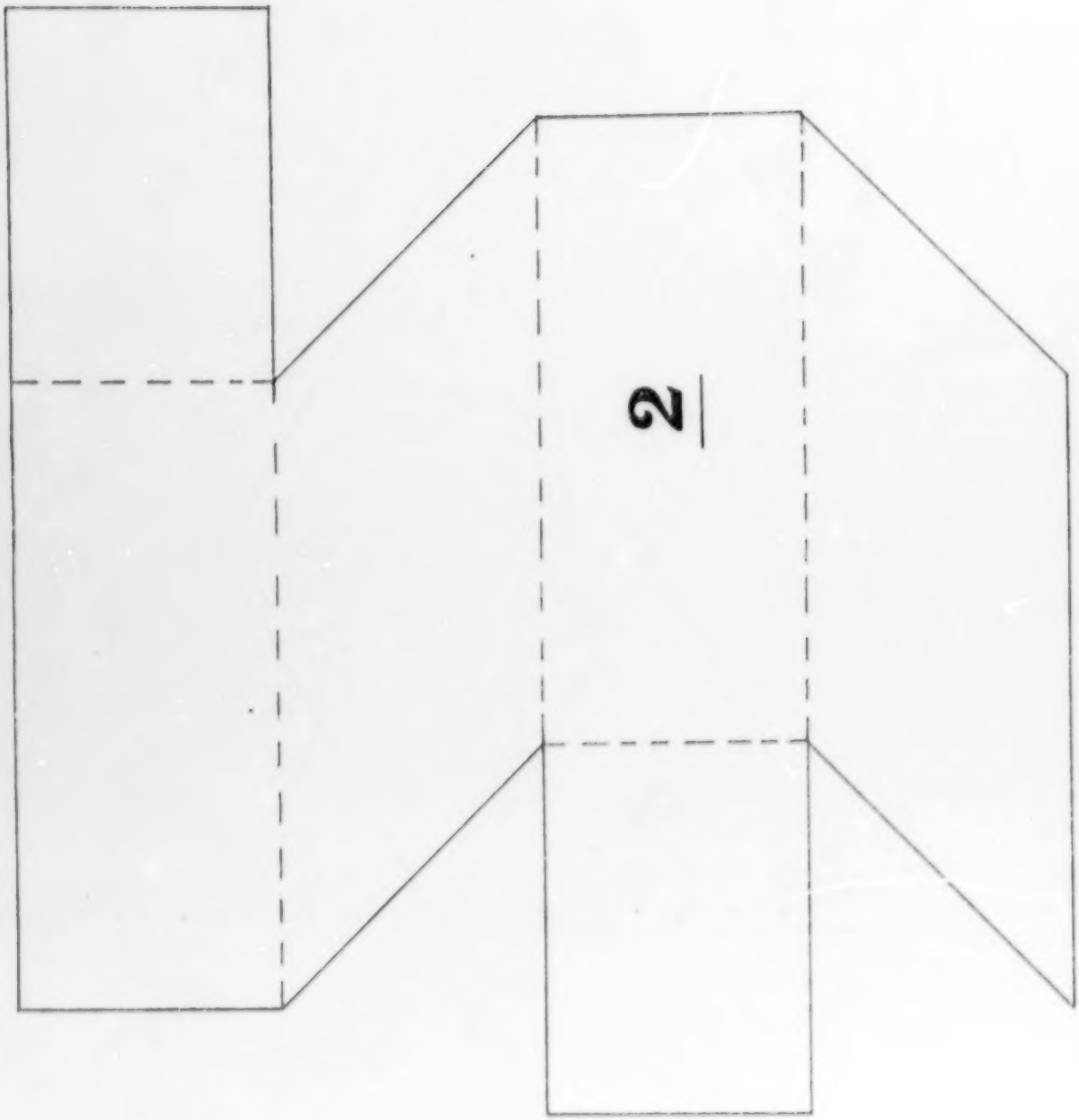


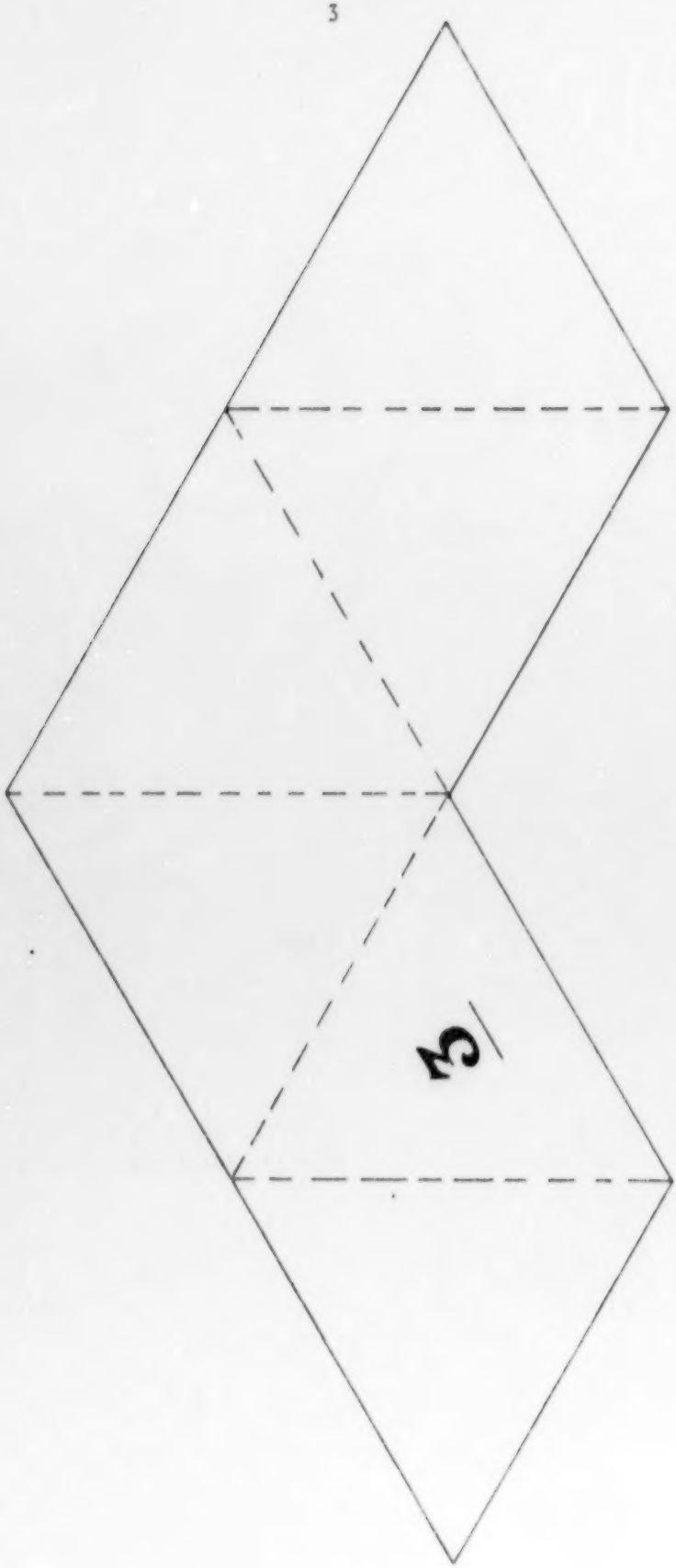


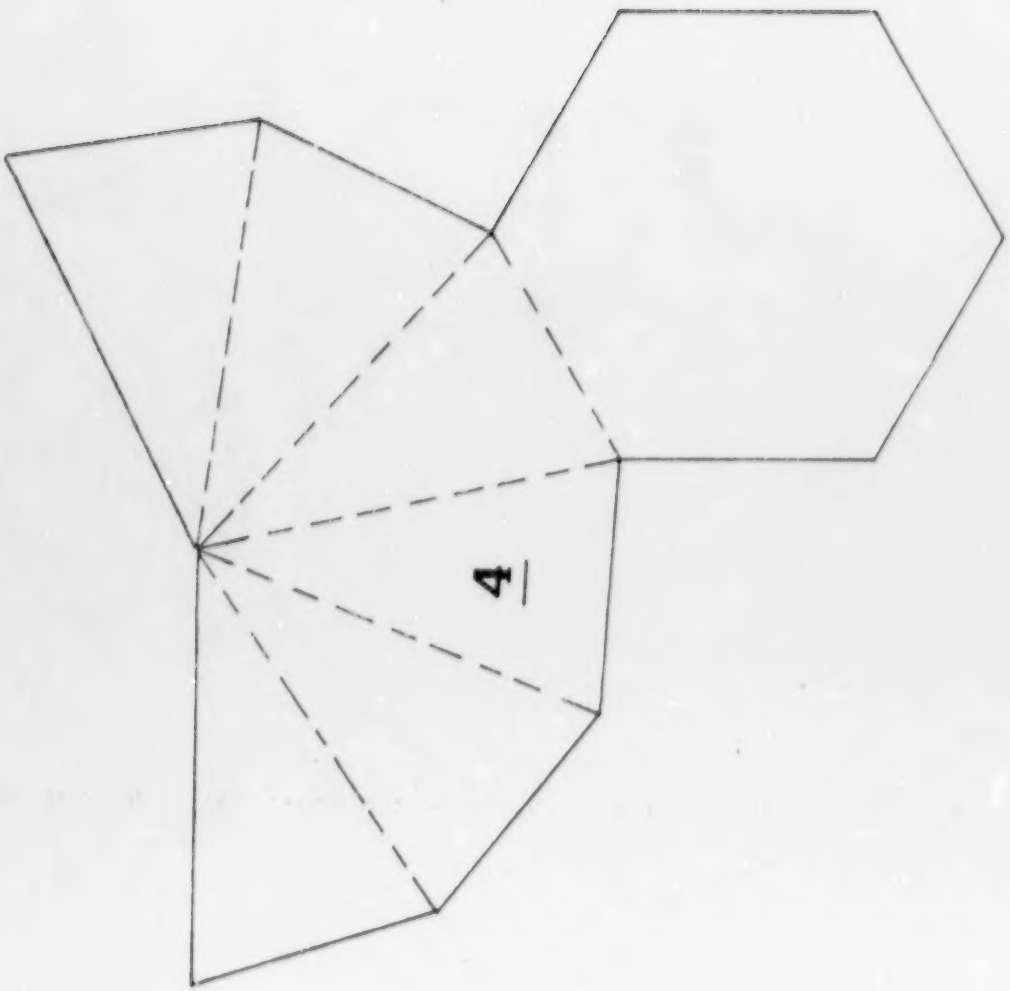


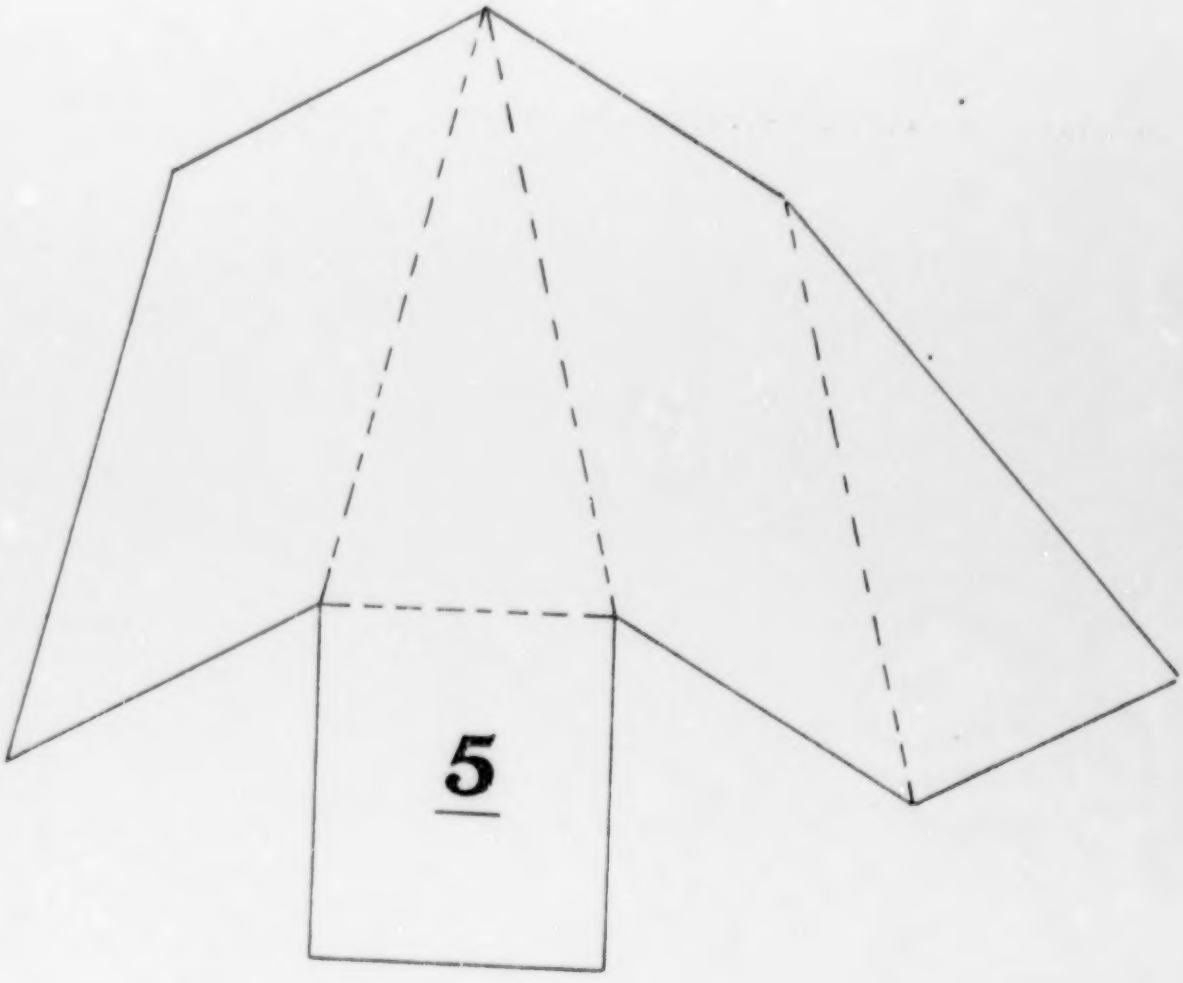
© Section Enseignement, Département de mathématiques, Université de Sherbrooke

1
1


2


3


4


5